UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA

ESCUELA DE CIENCIAS BASICAS TECNOLOGIA E INGENIERIA

PROGRAMA DE CIENCIAS BASICAS

102016 – METODOS DETERMINISTICOS

GLORIA LUCIA GUZMÁN ARAGÓN
(Director Nacional)

GERMAN MENDOZA
Acreditador

BOGOTA

Julio de 2010

ASPECTOS DE PROPIEDAD INTELECTUAL Y VERSIONAMIENTO

El presente módulo fue diseñado en el año 2004 por La Mgr. Gloria lucia Guzmán Aragón, docente de la UNAD, y ubicado inicialmente en el CEAD de Neiva, ella es Licenciada en Matemáticas y Física, Especialista en matemáticas Avanzadas, Especialista en Docencia Universitaria, Magister en Dirección y Gestión de Recursos Humanos, Magister en educación con especialidad en ONLINE, Doctorante en Educación, currículo, profesorado e instituciones Educativas se ha desempeñado como docente de la UNAD desde el 2004 y como tutor desde 1984 hasta la fecha, además ha sido catedrático de diversas Universidades de Cundinamarca y del Huila, ha desempeñado cargos de docencia administrativa como Rectora de varios colegios, Coordinadora Académica, Asesora pedagógica y en la actualidad es investigadora principal de los grupos Delta 515 y generación 21.

El presente módulo ha tenido cinco actualizaciones, todas desarrolladas por la docente Gloria Guzmán directora del curso en los años 2006, 2007, 2008, 2009 y con los aportes de la red de tutores que ella dirige.

INDICE DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN..... **11**

JUSTIFICACIÓN..... **12**

UNIDAD UNO: **CONSTRUCCION DE MODELOS DETERMINISTICOS**..... **17**

CAPÍTULO 1: PASOS Y TÉCNICAS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS..... **17**

INTRODUCCIÓN..... **17**

LECCION 1: ¿QUÉ ES UN MODELO?..... **18**

LECCION 2: TIPOS DE MODELOS..... **20**

LECCION 3: CUAL ES LA ESTRUCTURA DE UN MODELO MATEMÁTICO.... **28**

LECCION 4: IDENTIFICACION DE VARIABLES, FUNCION OBJETIVO Y RESTRICCIONES..... **30**

CAPÍTULO 2: PROGRAMACIÓN ENTERA..... **32**

INTRODUCCION..... **32**

LECCION 5: CONCEPTOS FUNDAMENTALES..... **32**

LECCION 6: PROGRAMACION ENTERA..... **34**

LECCION 7: METODO GRAFICO..... **37**

LECCION 8: ENUMERACION IMPLICITA..... **39**

LECCION 9: FUNDAMENTACION Y TECNICAS (RELAJACION, REDONDEO, BRANCH etc.)..... **40**

UNIDAD DOS: **REDES DE DISTRIBUCION…… 59**

CAPÍTULO 1: MODELO DE TRANSPORTE…… **59**

INTRODUCCION…….. **59**

OBJETIVOS…… **60**

LECCION 10: HISTORIA…… **60**

LECCION 11: METODO DE ESQUINA NOROESTE…… **62**

LECCION 12: METODO DEL MINIMO COSTO O MINIMOS…….. **64**

LECCION 13: METODO DE APROXIMACION DE VEGEL…… **65**

LECCION 14: PRUEBA DE OPTIMALIDAD O SALTO DE LA PIEDRA…….. **68**

CAPÍTULO 2: MODELO DE ASIGNACION…… **73**

INTRODUCCION…… **73**

OBJETIVOS…….. **73**

LECCION 15: GENERALIDADES DEL METODO DE ASIGNACION……. **74**

LECCION 16: CARACTERISTICAS…… **75**

LECCION 17: PASOS PARA MINIMIZAR Y EJEMPLOS..... **76**

LECCION 18: PASOS PARA MAXIMIZAR Y EJEMPLOS…….. **80**

CAPÍTULO 3: CPM – PERT…… **92**

INTRODUCCION…… **92**

OBJETIVOS…… **93**

LECCION 21: CONCEPTOS FUNDAMENTALES CPM – PERT…….. **93**

LECCION 22: DIAGRAMA DE RED Y TERMINOS CLAVES..... **94**

LECCION 23: PASOS Y REQUISITOS PARA LA CONSTRUCCION DE UNA RED CPM – PERT..... **97**

LECCION 24: REPRESENTACION GRAFICA..... **97**

LECCION 25: TIEMPO ESTIMADO, CALCULO DE LA HOLGURA Y CPM..... **102**

CAPITULO 4: *PROGRAMACION DINAMICA..... **108***

INTRODUCCIÓN..... **108**

LECCION 26: DEFINICIÓN: PROGRAMACIÓN DINAMICA..... **109**

LECCION 27: PROGRAMACIÓN DINAMICA DETERMINISTICA..... **110**

LECCION 28: EJEMPLO PROTOTIPO: "EL VIAJERO"..... **111**

LECCION 29: EL INVERSIONISTA..... **118**

LECCION 30: PROGRAMACIÓN DINAMICA PROBABILÍSTICA..... **125**

FUENTES DOCUMENTALES

LISTA DE TABLAS

Tabla No. 1 Clasificación de modelos

Tabla No. 2 Clasificación de modelos PLE

Tabla No. 3 Resultados de redondeo

Tabla No 4. Método de Branch

Tabla No.5 Problema 1 Taller PLE

Tabla No.6 Problema 2 Taller PLE

Tabla No.7 Problema 3 Taller PLE

Tabla No. 8 Transporte distribución inicial

Tabla No. 9 Esquina Noroeste

Tabla No. 10 Transporte Método Mínimos

Tabla No 11 Método de vogel inicial

Tabla No. 12 Método de vogel Primera y segunda Iteración

Tabla No. 13 Método de vogel Ultima Iteración

Tabla No. 14 Salto de la piedra- Proceso completo

Tabla No. 15 (Expendedores de Gasolina)

Tabla No. 16 (Depósitos)

Tabla No. 17 (Distribuidor)

Tabla No. 18 Costos de Envío

Tabla No. 19 Asignación por minimización

Tabla No. 20 Proceso asignación por minimización

Tabla No. 21 Inicial asignación por maximización

Tabla No. 22 Proceso asignación por maximización

Tabla No 23 Asignación problema 1

Tabla No 24 Asignación problema 2

Tabla No 25 Asignación problema 3

Tabla No.26 (Método de Producción)

Tabla No.27 (Sitio de Construcción)

Tabla No. 28 (Contratista)

Tabla No. 29 Ejemplo No. 1 PERT

Tabla No. 30 Ejemplo 2 PERT

Tabla No. 31 Tiempo estimado y Holgura

Tabla No. 32 Ejercicio 1 Taller

Tabla No. 33 Ejercicio 2 Taller

Tabla No. 34 Ejercicio 4 Taller

Tabla No. 35 Ejercicio 5 Taller

Tabla No. 36 Ejercicio 6 Taller

Tabla No. 37 Autoevaluación Pert-Cpm ejercicio 1.

Tabla No. 38 Autoevaluación Pert-Cpm ejercicio 2

Tabla No.39 Fases desarrollo Ejemplo El viajero

Tabla No. 40 Ejemplo Inversionista

Tabla No. 41 Etapa 1 El inversionista

Tabla No. 42 Etapa 2 y 3 El inversionista

Tabla No. 43 Etapas Problema Artículos defectuosos

Tabla No.44 Etapas Ejemplo 1 El viajero

Tabla No.45 Etapas Ejemplo 2 El viajero

Tabla No. 46 Ejemplo 3 El viajero

Tabla No. 47 Ejemplo 4 El viajero

Tabla No. 48 Ejemplo 5 El Inversionista

Tabla No. 49 Ejemplo 6 El inversionista

Tabla No. 50 Ejemplo 7 El inversionista

Tabla No. 51 Problema 5 El inversionista-Taller

Tabla No. 52 Problema 6 El inversionista-Taller

Tabla No. 53 Problema 7 El inversionista-Taller

LISTA DE GRAFICOS

Grafica No. 1 Región factible PE(a)

Grafica No. 2 Región factible PLE(b)

Grafica No. 3 Región factible Método Gráfico

Grafica No.4 Representación grafica PERT forma incorrecta (a)

Grafica No.5 Representación grafica PERT forma incorrecta (b)

Grafica No.6 Representación grafica PERT forma incorrecta ©

Grafica No.7 Representación grafica PERT forma correcta

Gráfica No. 8 Ejemplo No. 1 PERT

Gráfica No. 9 Ejemplo 2 PERT

Grafico No. 10 Holgura

Grafica No. 11 Tiempo estimado y Holgura

Grafica No. 12 Distribución de tareas-caso Aeroplano

Grafica No. 13 Problema el viajero

Grafica No 14 Trayectoria Ejemplo el viajero

Grafica No. 15 El inversionista

Grafica No. 16 Ejemplo 1 El viajero

Grafica No. 17 Ejemplo 2 El viajero

Grafica No. 18 Ejemplo 3 El viajero

Grafica No. 19 Ejemplo 4 El viajero

Grafica No. 20 Problema 1 Taller El viajero

Grafica No. 21 Problema 2 Taller El viajero

Grafica No. 22 Problema 3Taller El viajero

Grafica No. 23 Problema 4 Taller El viajero

METODOS DETERMINISTICOS

INTRODUCCIÓN

El curso de **Métodos determinísticos** – Componente de Formación Disciplinar y tiene carácter básico en los programas de Ingeniería que oferta la UNAD, además es de tipo teórico- práctico. Tiene como objetivo dar herramientas para una buena toma de decisiones, a fin de optimizar los resultados dados en una organización, en especial los relacionados con procesos, recursos, costos etc, de competencia para los futuros ingenieros y empresarios.

El curso tiene 2 créditos académicos los cuales comprenden el estudio independiente y el acompañamiento tutorial, con el propósito de:

- Comprender los elementos teóricos que sustentan los métodos determinísticos.
- Identificar y utilizar los métodos determinísticos para la solución de problemas.
- Distinguir y manejar los conceptos teóricos de redes y aplicarlos para la planeación y control de proyectos usando el computador.
- evaluar y aplicar las operaciones de acuerdo al campo de acción específico en el que se desenvuelve el futuro profesional.

Este curso está compuesto por dos Unidades didácticas a saber:

Unidad 1. Construcción de Modelos determinísticos donde se pretende que el estudiante continúe profundizando acerca de los modelos matemáticos en particular los determinísticos, además de la conceptualización y los métodos adecuados para la solución de problemas de programación entera y por metas.

Unidad 2. Redes de distribución y administración de proyectos: plantean los diferentes métodos empleados para solucionar problemas relacionados con transporte, asignación y trasbordo, así como también la administración y evaluación de proyectos con tiempos determinísticos, calculando la holgura, el tiempo estimado y la ruta crítica. Con los que se pretende que el estudiante posea más herramientas para que busque la solución óptima a problemas simples y complejos que se le puedan presentar tanto en la cotidianidad como en el ejercicio de su vida profesional y/o laboral.

JUSTIFICACIÓN

Uno de los avances más significativos en la utilización de las matemáticas a la solución de problemas de Ingeniería ha sido la investigación de operaciones, que además se ha visto ampliamente beneficiada con adelantos tecnológicos de punta.

Los modelos matemáticos y en ellos los métodos que los soportan se tornan cada vez más importantes, en el proceso de la toma de decisiones empresarial, por consiguiente, los gerentes modernos tienen que conocerlos, aún cuando se piense que profesionales como los ingenieros no la requieran. La optimalidad restringida y la toma de decisiones bajo riesgo, son dos marcos relevantes y eficaces para una amplia gama de problemas administrativos. A nivel de pregrado se presentan como métodos cuantitativos, junto con los procedimientos (algoritmos) para resolverlos. En esencia, el estudiante deberá aprender sobre modelos y la forma te utilizarlos en diferentes situaciones antes de aplicarlos por sí mismos.

En últimas la tarea del estudiante apenas comienza pues será su responsabilidad como futuro profesional crear y aplicar correctamente soluciones óptimas que beneficien la empresa a la que pertenece.

No es del todo fácil definir qué es la investigación de operaciones. Existen diversas definiciones en textos, pero se podría decir que la investigación de operaciones es un enfoque científico interdisciplinario para la solución de problemas, que envuelve la interacción compleja, dinámica y sujetiva de hombres, métodos y sistemas, a los cuales, en algunos casos no se les puede proporcionar una solución exacta por medio de los procedimientos matemáticos o por medio de técnicas de ensayo y error. Utilizando modelos matemáticos como un recurso primario, la metodología de la investigación de operaciones está diseñada para cuantificar y acotar estos problemas dentro de un marco de restricciones específicas, medidas, objetivos y variables, de tal forma que se busquen controles óptimos de operación, decisiones, niveles y soluciones.

.

UNIDAD 1

Nombre de la Unidad	**CONSTRUCCIÓN DE MODELOS DETERMÍSTICOS**
Introducción	Muchos conceptos y métodos matemáticos han nacido sugeridos por problemas de la realidad, por la curiosidad y afán del hombre por descubrir las leyes que gobiernan el universo en que habita. El razonamiento matemático; enmarcado dentro de la modelización, ha sido el instrumento esencial para dar respuesta a una vasta cantidad de interrogantes relativos al mundo natural. El propósito de esta unidad es mostrar la motivación, el origen y el proceso de creación de modelos matemáticos que llevaron a responder tales interrogantes
Justificación	La construcción de modelos matemáticos es una de las herramientas utilizadas hoy en día para el estudio de problemas en diferentes áreas del conocimiento como la ingeniería, medicina, biología, física, matemáticas, administración, entre otras; sus objetivos primordiales son describir, explicar y predecir fenómenos y procesos en dichas áreas. Es importante resaltar que un modelo está en verdad definido por las relaciones que incorpora. Estas relaciones son independientes de los datos a introducir en el modelo, ya que un modelo puede usarse para diferentes ocasiones y en distintos contextos. Cabe señalar que los modelos matemáticos se utilizan como herramienta para tomar decisiones y que deben valorarse en su justa

	medida, ya que difícilmente es comprensible un problema complejo sin una mínima modelación, aunque también hay que reconocer que no es posible modelar la totalidad de las situaciones reales. En esencia, la función central de crear y analizar modelos matemáticos es mejorar la comprensión de un sistema, determinar la prevalencia e incidencia y coadyuvar a tomar decisiones objetivas en diversos contextos.
Intencionalidades Formativas	• Brindar al estudiante los elementos suficientes para entender, crear y evaluar modelos. • Utilizar La modelización matemática para convertir un opaco problema de la realidad en un problema matemático claro. • Proporcionar los principios directrices y la autoconfianza precisa para la elaboración de modelos matemáticos. • Valorar la importancia que tiene la utilización de software en la solución de problemas y la modelización.
Denominación de capítulos	1. Pasos y técnicas para la Construcción de modelos matemáticos **2.** Programación Entera

CAPÍTULO 1

PASOS Y TÉCNICAS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS

INTRODUCCION

El modelaje es la esencia del enfoque de la investigación de operaciones. El construir un modelo ayuda a colocar los aspectos complejos e inciertos de un problema de decisión en una estructura lógica que es adecuada para el análisis formal. Un modelo es un vehículo para lograr una visión bien estructurada de la realidad.

El proceso de construcción del modelo es un proceso iterativo. Nadie, ni siquiera el desarrollador de modelos más experimentado, desarrolla un modelo utilizable en una sola operación directa. En cambio, el proceso es de formulación y validación tentativas, seguidas de instancias de reformulación y revalidación, hasta que se alcanza un cierto grado de confianza en la utilidad del modelo.

Existen varios tipos bajo la clasificación de modelos matemáticos. La clasificación de los modelos matemáticos como descriptivos o normativos, estáticos o dinámicos, deterministas o estocásticos, no es taxonomía ociosa. Como el modelo

de decisión debe estar formulado de modo tal que nos proporcione información útil para resolver expeditamente el modelo, es importante tanto para el analista como para el desarrollador conocer cuáles son los modelos existentes y sus características.

Una de las claves del éxito en modelización es reconocer que un modelo es una abstracción. Los modelos no se construyen para proporcionar la única respuesta a un problema de decisión. Por el contrario, suministran información útil para la toma de decisiones. El modelo no debiera tener todas las complejidades de la realidad. Si las tuviera sería extremadamente difícil de resolver y probablemente le daría pocas ideas, o información, al analista. A la inversa, el modelo no debe ser una excesiva simplificación que se asemeje poco al mundo real. El buen modelo goza de equilibrio.

Todos los modelos, incluidos los verbales, los mentales y los matemáticos, contienen variables independientes, variables dependientes, parámetros y constantes. En los modelos verbales, estos elementos se reúnen en forma libre y muchas veces intuitiva, permitiendo el entendimiento y facilitando la comunicación. Cuando pasamos de los modelos verbales a los mentales y matemáticos, las relaciones entre las variables y los parámetros se torna más específica. El grado de especificidad necesario determina el tipo de modelo que se usará en cada situación determinada.

LECCION 1: ES UN MODELO?

Un modelo es una abstracción o una representación idealizada de un sistema de la vida real. El propósito del modelo es proporcionar un medio para analizar el

Comportamiento del sistema con el fin de mejorar su desempeño. La realidad de la solución obtenida depende de la validez de el para representar el sistema real.

Una ventaja importante de un modelo es que le permite al analista examinar el comportamiento del sistema sin interferir en la operación que se esta realizando.

Un modelo debe mantener un equilibrio entre sencillez y capacidad de representación.

LA MODELACION

- **Es una ciencia**
  - análisis de relaciones
  - aplicación de algoritmos de solución
- **Y a la vez un arte**
  - visión de la realidad
  - estilo, elegancia, simplicidad
  - uso creativo de las herramientas
  - experiencia

LECCION 2: TIPOS DE MODELOS

Los problemas de toma de decisiones se pueden clasificar en dos categorías: (tomado del Dr Bassein Arsham)

Modelos de decisión determinísticos y modelos de decisión probabilísticos. En los modelos determinísticos, las buenas decisiones se basan en sus buenos resultados. Se consigue lo deseado de manera “deterministica”, es decir, libre de riesgo. Esto depende de la influencia que puedan tener los factores no

Controlables, en la determinación de los resultados de una decisión y también en la cantidad de información que el tomador de decisión tiene para controlar dichos factores.

Aquellos que manejan y controlan sistemas de hombres y equipos se enfrentan al problema constante de mejorar (por ejemplo, optimizar) el rendimiento del sistema. El problema puede ser reducir el costo de operación y a la vez mantener un nivel aceptable de servicio, utilidades de las operaciones actuales, proporcionar un mayor nivel de servicio sin aumentar los costos, mantener un funcionamiento rentable cumpliendo a la vez con las reglamentaciones gubernamentales establecidas, o “mejorar” un aspecto de la calidad del producto sin reducir la calidad de otros aspectos. Para identificar la mejora del funcionamiento del sistema, se debe construir una representación sintética o modelo del sistema físico, que puede utilizarse para describir el efecto de una variedad de soluciones propuestas.

Un modelo puede considerarse como una entidad que captura la esencia de la realidad sin la presencia de la misma. Una fotografía es un modelo de la realidad ilustrada en la imagen. La presión arterial puede utilizarse como un modelo de la salud de una persona. Una campaña piloto de ventas puede utilizarse como un modelo de la respuesta de las personas a un nuevo producto. Por último, una ecuación matemática puede utilizarse como un modelo de la energía contenida en un determinado material. En cada caso, el modelo captura algún aspecto de la realidad que intenta representar.

Ya que un modelo sólo captura determinados aspectos de la realidad, su uso puede no ser apropiado en una aplicación en particular porque no captura los elementos correctos de la realidad. La temperatura es un modelo de las condiciones climáticas pero puede ser inapropiado si uno está interesado en la presión barométrica. Una foto de una persona es un modelo de la misma pero

brinda poca información acerca de sus logros académicos. Una ecuación que predice las ventas anuales de un producto en particular es un modelo de ese producto pero tiene poca utilidad si lo que nos interesa es el costo de producción por unidad. Por lo tanto, la utilidad del modelo depende del aspecto de la realidad que representa.

Un modelo puede ser inadecuado aun cuando intenta capturar los elementos apropiados de la realidad si lo hace de una manera distorsionada o sesgada. Una ecuación que pronostica el volumen mensual de ventas puede ser exactamente lo que el gerente de ventas quiere pero podría generar grandes pérdidas si arroja constantemente cálculos de ventas altos. Un termómetro que lee de más (o de menos) tendría poca utilidad para realizar un diagnóstico médico. En consecuencia, un modelo útil es aquel que captura los elementos adecuados de la realidad con un grado aceptable de precisión.

Un modelo matemático es una ecuación, desigualdad o sistema de ecuaciones o desigualdades, que representa determinados aspectos del sistema físico representado en el modelo. Los modelos de este tipo se utilizan en gran medida en las ciencias físicas, en el campo de la ingeniería, los negocios y la economía.

Un modelo ofrece al analista una herramienta que puede manipular en su análisis del sistema en estudio, sin afectar al sistema en sí. Por ejemplo, supóngase que se ha desarrollado un modelo matemático para predecir las ventas anuales como una función del precio de venta unitario. Si se conoce el costo de producción por unidad, se pueden calcular con facilidad las utilidades anuales totales para cualquier precio de venta. Para determinar el precio de venta que arrojará las utilidades totales máximas, se pueden introducir en el modelo distintos valores para el precio de venta, uno a la vez, determinando las ventas resultantes y calculando las utilidades anuales totales para cada valor de precio de venta examinado. Mediante un proceso de prueba y error, el analista puede determinar el precio de venta que maximizará las utilidades anuales totales.

Lo ideal sería que si el modelo matemático es una representación válida del rendimiento del sistema, mediante la aplicación de las técnicas analíticas adecuadas, la solución obtenida a partir del modelo debería ser también la solución para el problema del sistema. Así, la efectividad de los resultados de la aplicación de cualquier técnica operativa es en gran medida una función del grado en el cual el modelo representa al sistema en estudio.

A fin de definir las condiciones que nos conducirán a la solución del problema del sistema, el analista primero debe identificar un criterio según el cual se podrá medir el sistema. Este criterio a menudo se denomina medida del rendimiento del sistema o medida de efectividad. En aplicaciones empresariales, la medida de efectividad generalmente son los costos o las utilidades, mientras que en aplicaciones gubernamentales esta medida generalmente se define en términos de un índice costo/beneficio.

El modelo matemático que describe el comportamiento de la medida de efectividad se denomina función objetivo. Si la función objetivo es describir el comportamiento de la medida de efectividad, debe capturar la relación entre esa medida y aquellas variables que hacen que dicha medida fluctúe. Las variables del sistema pueden categorizarse en variables de decisión y parámetros. Una variable de decisión es una variable que puede ser directamente controlada por el decisor. También existen algunos parámetros cuyos valores pueden ser inciertos para el decisor. Esto requiere un análisis de sensibilidad después de descubrir la mejor estrategia. En la práctica, resulta casi imposible capturar la relación precisa entre todas las variables del sistema y la medida de efectividad a través de una ecuación matemática. En cambio, el analista de IO/CA debe tratar de identificar aquellas variables que afectan en mayor grado la medida de efectividad y luego debe intentar definir de manera lógica la relación matemática entre estas variables y la medida de efectividad. Esta relación matemática es la función objetivo que se emplea para evaluar el rendimiento del sistema en estudio.

La formulación de una función objetivo que tenga sentido normalmente es una tarea tediosa y frustrante. Los intentos de desarrollo de una función objetivo pueden terminar en un fracaso. Esto puede darse porque el analista elige el conjunto incorrecto de variables para incluir en el modelo o bien, si el conjunto es el adecuado, porque no identifica correctamente la relación entre estas variables y la medida de efectividad. En un nuevo intento, el analista trata de descubrir las variables adicionales que podrían mejorar su modelo descartando aquellas que parecen tener poca o ninguna relevancia. No obstante, sólo se puede determinar si estos factores realmente mejoran el modelo una vez realizadas la formulación y prueba de nuevos modelos que incluyan las variables adicionales. Todo el proceso de selección y rechazo de variables puede requerir reiteraciones múltiples hasta desarrollar una función objetivo satisfactorio. En cada iteración, el analista espera lograr alguna mejora en el modelo, aunque no siempre se tiene tanta buena suerte. Por lo general, el éxito final es precedido por una serie de fracasos frustrantes y pequeños progresos.

En cada etapa del proceso de desarrollo, el analista debe evaluar la correspondencia o validez del modelo. Normalmente se emplean dos criterios para realizar esta determinación. El primero implica la experimentación del modelo: someter el modelo a una serie de condiciones y registrar los valores asociados de la medida de efectividad dada por el modelo en cada caso. Si la medida de efectividad varía de manera antinatural con una sucesión de condiciones de entrada, es posible que la función objetivo no sea válida. Por ejemplo, supóngase que se desarrolla un modelo destinado a calcular el valor de mercado de viviendas unifamiliares. El modelo debe expresar el valor de mercado en dólares como una función de la superficie cubierta en pies cuadrados, cantidad de dormitorios, cantidad de baños y tamaño del lote. Después de desarrollar el modelo, el analista lo aplica a la tasación de distintas viviendas, con distintos valores para las características mencionadas y descubre que el valor de mercado desciende a medida que aumenta la superficie cubierta expresada en pies cuadrados. Dado que este resultado no concuerda con la realidad, el analista cuestionaría la validez

del modelo. Por otro lado, supóngase que el modelo es tal que el valor de las viviendas es una función creciente de cada una de las cuatro características citadas, como generalmente es de esperar. Si bien este resultado es alentador, no necesariamente implica que el modelo es una representación válida de la realidad, dado que la tasa de aumento de cada variable puede ser excesivamente alta o baja. La segunda etapa de la validación del modelo requiere una comparación de los resultados del modelo con los resultados obtenidos en la realidad

Además existen otras formas de clasificar modelos:

TIPO	CARACTERISTICAS	EJEMPLOS
FISICO	• Tangible • Fácil de comprender • Difícil de duplicar y compartir • Difícil de manipular • Baja amplitud de uso	• Modelos a escala de aeroplanos, casas, ciudades,...
ANALOGICOS	• Intangible • Difícil de comprender • Fácil de duplicar y compartir • Fácil de manipular • Alta amplitud de uso	• Mapa de carreteras • Velocímetro • Gráficas
SIMBOLICOS	• Intangible • Difícil de comprender • Fácil de duplicar y compartir • Fácil de manipular • Muy Alta amplitud de uso	• Modelo de Simulación • Modelo Algebraico • Modelo de La Economía • Modelo de Programación Lineal

Tabla No. 1 Clasificación de modelos

Construiremos Modelos Simbólicos (cuantitativos)

Modelo Simbólico → Utiliza las Matemáticas

↓

Para Representar las Relaciones entre los Datos

Modelo de Decisión → Es un Modelo Simbólico

↓

- Contiene Variables → La solución del Modelo produce Valores Numéricos de estas Variables de Decisión
- Busca alcanzar un "Objetivo" → Utiliza una "Medida del Desempeño" que indica el

Ejemplos:

1. Modelo de Asignación de la Fuerza de Ventas

- Variables de Decisión: ⇨ Cuantos Vendedores Asignar a cada Territorio.
- Medida del Desempeño: ⇨ Ingreso por Ventas
- Objetivo: ⇨ Maximizar el Ingreso por Ventas

2. Modelo de Programación del Trabajo en un Taller

- Variables de Decisión: ⇨ Cuantas horas Programar en determinadas partes en determinadas máquinas y
- Medida del Desempeño: ⇨ Costo de Fabricación ó Tiempo de Fabricación
- Objetivo: ⇨ Minimizar el Costo ó el Tiempo de Fabricación

3. Modelo de Administración de Efectivo

- Variables de Decisión: ⇨ Cantidad de Fondos mantenidos en c/u de varias categorías (Efectivo, bonos, bolsa de valores etc…)
- Medida del Desempeño: ⇨ Costo de Oportunidad por mantener Activos Líquidos
- Objetivo: ⇨ Minimizar el Costo de Oportunidad

Para la construcción de un modelo se requiere arte, imaginación y conocimientos técnicos. Las etapas a seguir son:

1. Se estudia el Ambiente
- Comprensión del Problema
2. Se hace una Formulación Lógica
- Análisis conceptual básico
- Se hacen conjeturas y simplificaciones
3. Se hace una Formulación Simbólica
- Construcción de las relaciones lógicas en el Lenguaje Simbólico de las Matemáticas

LECCION 3: ES LA ESTRUCTURA DEL MODELO MATEMATICO?

- Modelo matemático: modelo expresado en términos matemáticos

  - hace más claras la estructura y relaciones.
  - facilita el uso de técnicas matemáticas y ordenadores.
  - a veces no es aplicable.

En la construcción de un modelo se distinguen las siguientes fases (Bugeda, 1976).

A. Definición del problema a resolver: formulación precisa e inequívoca del problema y declaración de los objetivos a conseguir.

B. Recolección y proceso de datos empíricos: considera la recolección de la información cuantitativa y su reducción a forma manejable. Los datos deberán ser puestos en forma significativa para que sobre ellos se formulen las hipótesis (modelo) del comportamiento del sistema en consideración.

C. Formulación del modelo matemático. Esta fase se subdivide en:

i. Selección de las variables más relevantes a incluir y de las interrelaciones entre ellas, dando a lugar un modelo de carácter estructural.

ii. Expresión en términos matemáticos de las relaciones entre las variables, con lo que se obtiene un modelo funcional con capacidad operativa.

D. Especificación del modelo: determinación de los parámetros y coeficientes de las ecuaciones que representan las interrelaciones del modelo.

E. Formulación de un programa computacional.

F. Análisis de validez.

Ahora bien La estructura de un modelo matemático está determinada por:

- Variables de decisión
- Parámetros y constantes
- Función de optimización: Maximin
- Ecuaciones de restricción

LECCION 4: IDENTIFICACION DE VARIABLES, FUNCION OBJETIVO Y RESTRICCIONES

DEFINICIONES:

Variables de decisión:

Decisiones cuantificables relacionadas unas con otras. Ejemplo: Cuánto comprar, vender

Función objetivo:

La medida de efectividad compuesta expresada como una función de las variables de decisión. Puede ser Maximizar o Minimizar

Parámetros:

Valores constantes que actúan como coeficientes al lado derecho de las variables tanto en la función objetivo como en las restricciones y que se basan en datos tecnológicos de los problemas. Ejemplo fijar tasa inflación

Restricciones:

Limitaciones impuestas sobre los valores de las variables de decisión, casi siempre en forma de ecuaciones o desigualdades. Pueden = / ≥ / ≤

Las anteriores definiciones escritas en forma simbólica:

Definir las Variables de Decisión $\{ x_1 , x_2 , \ldots . X_n$

Función Objetivo $\quad$ Maximizar ó min $f(x_1 , x_2 , \ldots . x_n)$

Sujeto a:

Restricciones

$$\begin{cases} g_1(x_1 , x_2 , \ldots . x_n) \leq b_1 \\ g_2(x_1 , x_2 , \ldots . x_n) \geq b_2 \\ \cdot \qquad \cdot \\ \cdot \qquad \cdot \\ g_m(x_1 , x_2 , \ldots . x_n) = b_m \end{cases}$$

$$x_1 , x_2 , \ldots . x_n \geq 0$$

Cuando la función objetivo y todas las Restricciones Son "Lineales" tenemos un "Modelo de Programación Lineal.

$$\text{Max } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$$

Sujeto a:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$\cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot$$

$$\cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot$$

$$\cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_J \geq 0 \qquad \text{Para } J = 1, 2, 3, \ldots n$$

CAPÍTULO 2

PROGRAMACIÓN ENTERA

INTRODUCCIÓN

La programación entera se aplica cuando los valores de las variables de decisión se restringen a enteros. Se presenta la naturaleza de los problemas de programación entera, aplicaciones a la construcción de modelos, formulaciones y procedimientos de solución y análisis de sensibilidad. Un procedimiento muy común es el que da solución a problemas a través del uso de ramas y cotas. Son múltiples las aplicaciones de la programación entera entre ellas en el campo de la administración financiera, la producción y la localización de planta.

LECCION 5: CONCEPTOS FUNDAMENTALES

- ✓ No siempre es admisible que las variables de un PL tomen valores continuos:
    - Decisiones dicotómicas (si-no)
    - Decisiones que deben tomarse en unidades discretas
- ✓ Problema de Programación entera:

  Cuando en un problema existen variables que deben tomar valores discretos y la función objetivo y las restricciones son lineales.

- ✓ Problema de Programación binaria o 0-1:
  Cuando los valores que pueden tomar las variables discretas son tan sólo 0 o 1.
- ✓ La PE tiene gran cantidad de aplicaciones en todos los campos.
- ✓ Hay problemas que no pueden resolverse con las técnicas actuales por:
  - Disponibilidad de tiempo de ordenador
  - Capacidad de memoria
- ✓ Para evitar esto parece sensato calcular la solución de un PE redondeando la solución continua.
- ✓ Pero el redondeo no es aconsejable debido a:
  - La solución redondeada no es necesariamente óptima. En muchos casos, ni siquiera estará cera del óptimo.
  - La solución redondeada puede no ser factible.

A primera vista podría parecer más fácil resolver problemas con restricción de enteros, ya que transforman un problema continuo en un problema discreto. Sin embargo, los algoritmos que permiten resolver los problemas ILP son más complejos y requieren mucho más tiempo computacional.

Los modelos de programación lineal entera se pueden clasificar en:

Modelo	**Tipos de Variables de Decisión**
Completamente entero (AILP)	Todas son enteras
Mixto (MILP)	Algunas, pero no todas son enteras
Binaria (BILP)	Todas son binarias (0 ó 1)

Tabla No. 2 Clasificación de modelos PLE

LECCION 6: ¿POR QUÉ PROGRAMACIÓN ENTERA?

✓ Ventajas de las variables restringidas en valores enteros
– Más realistas

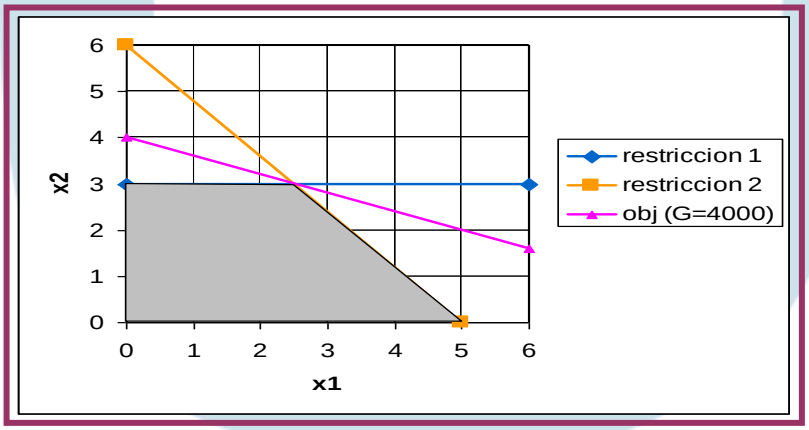
– Más flexibles

✓ Desventajas
– Más difícil de modelar

– Quizás mucho más difícil de resolver

EJEMPLO 1:

- Una fábrica produce 2 productos. La ganancia del producto 1 es de $400/ton, y del 2, de $1000/ton.
- Debido a restricciones de mercado, no se pueden producir más de 3 ton del producto 2 por semana.
- El producto 1 tiene un tiempo de producción de 1.2 días, el 2, de 1 día y sólo se trabajan 6 días a la semana.
- Cuántas toneladas se deben producir a la semana de cada producto para que la ganancia sea máxima?
- Sin embargo, se desea que la producción sea en cantidades cerradas debido a problemas de almacenamiento y a que los productos se venden en contenedores de 1 ton.



Grafica No. 1 Región factible PE

VARIABLES BINARIAS:

- Caso especial de la programación entera
- Se emplean como variables de decisión
- 0– no se elige la opción
  1 – se elige la opción
- Muy empleado en problemas de Ingeniería Química

EJEMPLO 2:

Un programa entero de dos variables

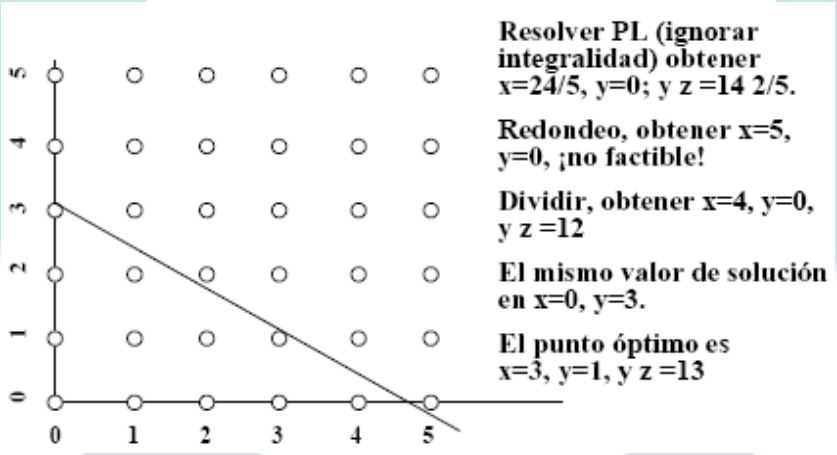
maximizar $Z= 3x + 4y$

sujeto a $5x + 8y \leq 24$

$x, y \geq 0$ y entero

¿Cuál es la solución óptima?

REGION FACTIBLE



Grafica No. 2 Región factible PLE

TIPOS DE PROBLEMAS:

- Variables enteras ⇒ programación entera
- Variables enteras y continuas ⇒ programación mixta entera
- Variables enteras y continuas, restricciones y función objetivo lineales ⇒ programación mixta entera lineal **(MILP)**
- Variables enteras y continuas, restricciones y función objetivo no lineales ⇒ programación mixta entera no lineal **(MINLP)**

LECCION 7: TECNICAS DE PROGRAMACION ENTERA:

Un problema de programación entera es aquel en el que alguna o todas sus variables deben tomar valores enteros.

Son más costosos de resolver que los problemas sin esta restricción

Un modelo entero es igual que el modelo lineal correspondiente (**relajación)** pero con la restricción adicional de que las variables deben ser enteras

La región factible del modelo entero está contenida dentro de la del modelo relajado.

El valor óptimo de la relajación es una cota superior (prob. Max) del valor óptimo del modelo entero

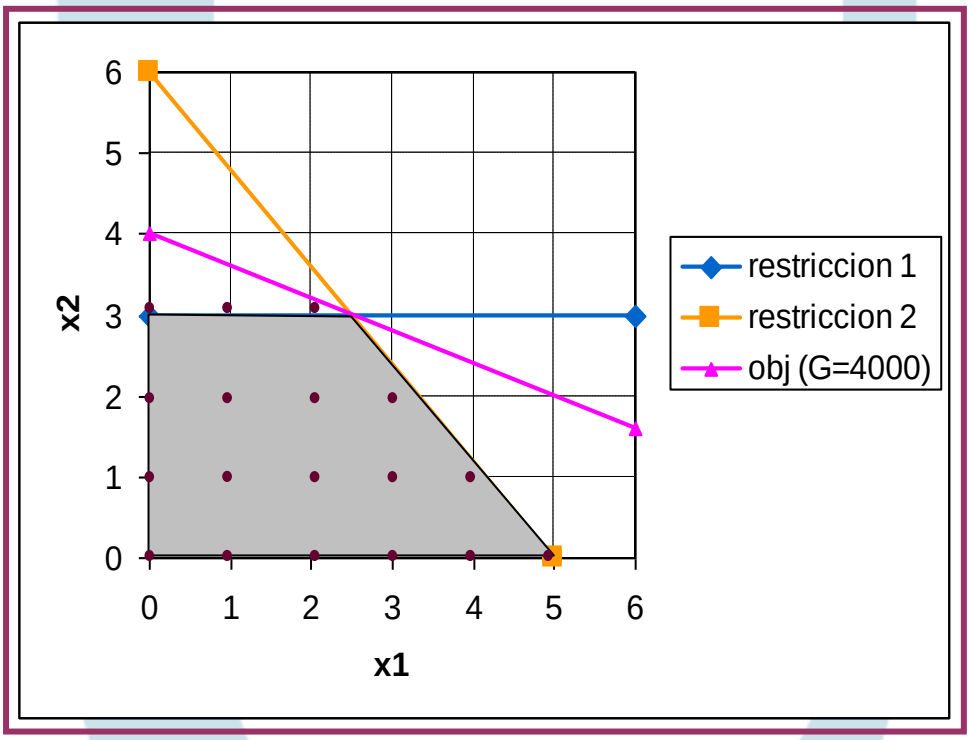
¿Vale como solución los valores redondeados o truncados del problema relajado?

Posible solución: enumerar explícitamente todas las soluciones enteras de la región factible

Teniendo en cuenta las observaciones anteriores existen varias técnicas para desarrollar un problema de programación entera:

- Método Gráfico
- Enumeración Implícita
- Relajación
- Redondeo
- Branch and Bound (Ramificación y Acotamiento)
- Plano de corte

METODO GRAFICO:



Grafica No. 3 Región factible Método Gráfico

- Sólo se aplica a problemas de dos variables

LECCION 8: ENUMERACION IMPLICITA

- Resolver LP's para todas las combinaciones posibles de las variables enteras y encontrar el óptimo global.
- Si las variables son binarias:

  # combinaciones = 2m

  m=no. Variables binarias

m	2m
5	32
10	1000
20	106

LECCION 9: TECNICA DE RELAJACION

- Relajar las variables como si fueran continuas.
- Resolver el MILP como si fuera cualquier problema de programación lineal (LP).
- En algunos casos, la solución resulta ser entera (e.g. Ergies y Nergies).
- Sólo sucede en ciertos casos especiales, ya que, en general, al menos alguna variable será no entera en la solución del LP relajado.

TECNICA DE REDONDEO

- Redondear la solución del problema LP a la solución entera más cercana
- Puede producir soluciones no óptimas o no factibles.

MÉTODO BRANCH AND BOUND (RAMIFICACION Y ACOTAMIENTO)

Hasta el momento solo hemos visto métodos de resolución de problemas lineales continuos.

Sin embargo es muy frecuente que la naturaleza del problema nos diga que las variables son enteras o binarias. Una alternativa es simplemente aproximar la solución hacia el entero más cercano, pero esta estrategia podría ser bastante mala como de hecho ocurre para las variables binarias.

El algoritmo de ramificación y acotamiento (o de maximi and bound) comienza con una relajación del problema (no considerar restricciones de integralidad) y construye un árbol con soluciones enteras particionando el conjunto de soluciones factibles de modo de descartar soluciones fraccionarias. Sin embargo, este solo hecho de descomponer nos puede llevar a un problema inmanejable por lo que debemos podar el árbol de manera inteligente.

Es decir:

- Enumera de forma implícita todas las soluciones de un modelo lineal entero y solucionando subproblemas se van eliminando conjuntos de soluciones posibles.
  - Primero se soluciona el problema relajado y se obtiene una solución: X1, X2,...,Xn.
  - Si xi toma un valor no entero entre k y k+1 se consideran dos subproblemas añadiendo al problema original las restricciones xi<= k y xi >=k+1

- Un subproblema puede llegar a no tener sucesores por tres motivos:
  - El problema no es factible
  - El problema tiene una solución entera

1. Si su valor para la función objetivo es mejor que el de cualquier otra solución entera ya obtenida se convierta en solución candidata
2. Si su valor para la función objetivo es peor que el de la solución candidata actual se descarta

- El problema tiene una solución no entera pero con un valor de la función objetivo peor que el de la solución candidata actual: se descarta.

- El algoritmo termina cuando se han resuelto o descartado todos los subproblemas posibles
- Este algoritmo se puede utilizar en problemas de programación entera mixta (solo algunas variables enteras)
- En problemas grandes puede ser muy eficiente gracias a la cota que permite eliminar un conjunto grande de soluciones factibles

EJEMPLO:

$$\text{Max } (z) = x1 + 3\,x2$$

sujeto a:

$$X2 \leq 1{,}87$$

$$22\,x1 + 34\,x2 \leq 105$$

$$X1 \in \{0,1,2,\ldots\}$$

$$X2 \in \{0,1,2,\ldots\}$$

La solución continua del problema es:

$$x1 = 1{,}88$$

$$x2 = 1{,}87$$

$$z = 7{,}49$$

📖 *Bound*:

- Asociamos a esta solución el nodo 0.
- Cualquier solución entera tendrá un valor de la función objetivo menor o igual que z = 7,49
- Esto se debe a que al poner la condición de integralidad el problema se hace más restrictivo.

📖 *Branch:*

- A partir del nodo 0 se generan 2 problemas añadiendo a uno de ellos $x1 \geq 2$ (nodo1) y $x1 \leq 1$ (nodo2).
- Es decir, buscamos la solución a cada lado de la variable que está más cercana a tomar un valor entero
- Las soluciones a ambos problemas son:

  nodo 1 ($x1 \geq 2$): x1= 2; x2 = 1,79; z = 7,38

  nodo 2 ($x1 \leq 1$): x1= 1; x2 = 1,87; z = 6,61

- No tenemos soluciones enteras, por tanto, debemos seguir.
- En el nodo 1 el valor de la función objetivo es mayor. Seguimos ramificando el nodo 1:
  - nodo 3 ($x2 \geq 2$)
  - nodo 4 ($x2 \leq 1$)

  nodo 3 ($x2 \geq 2$): INFACTIBLE

  nodo 4 ($x2 \leq 1$): x1= 3,23; x2 = 1; z = 6,23

📖 *Branch:*

- En el nodo 4 el valor de z es inferior al del nodo 2. Debemos seguir por el nodo 2.

📖 *Bound:*

- A partir del nodo 2 se generan 2 nuevos nodos:
  - nodo 5 ($x2 \geq 2$)
  - nodo 6 ($x2 \leq 1$)

nodo 5 ($x2 \geq 2$): INFACTIBLE

nodo 6 ($x2 \leq 1$): x1= 1; x2 = 1; z = 4

- Ya tenemos una solución entera, pero el valor de z es menor que en el nodo 4.

📖 *Branch:*

- Como el valor de z en el nodo 6 es menor que en el 4, ramificamos por el 4.

📖 Bound:

- Del nodo 4 surgen dos nuevos nodos:
  - nodo 7 ($x1 \leq 3$)
  - nodo 8 ($x1 \geq 4$)

nodo 7 ($x1 \leq 3$): x1= 3; x2 = 1; z = 6

nodo 8 ($x1 \geq 4$): x1= 4; x2 = 0,5; z = 5,5

✓ La solución del nodo 7 es entera y mejor que la del nodo 6.
✓ La solución del nodo 8 es continua y peor que la del nodo 7.
✓ No queda ninguna posibilidad de mejorar el valor de la función objetivo.
✓ Por tanto tenemos la siguiente solución entera:

x1= 3 x2 = 1 z = 6

OTROS EJEMPLOS:

Problema 1

Resolver el siguiente problema usando el algoritmo de ramificación y acotamiento:

$$\min z = -5x1 - 8x2$$
$$\text{s.a} \quad x1 + x2 \leq 6$$
$$5x1 + 9x2 \leq 45$$
$$x1,\ x2 \geq 0 \text{ y enteros}$$

Solución

Lo primero que debemos hacer es inicializar el incumbente en $z = 1$ e inicializar la lista de problemas pendientes con la relajación lineal del problema:

$$
\begin{aligned}
(Po)\ \min\ z &= -5x1 - 8x2 \\
\text{s.a}\quad x1 + x2 &\le 6 \\
5x1 + 9x2 &\le 45 \\
x1,\ x2 &\ge 0
\end{aligned}
$$

Como es el único problema que hay en la lista, lo resolvemos obteniendo la siguiente solución optima: zo = −41,25; x1 = 2,25 y x2 = 3,75 2. Notamos que las 2 variables son fraccionarias por lo que podemos tomar cualquiera de ellas como variable de ramificación. Escojamos la variable x2 para ramificar generándose así los siguientes problemas:

$$
\begin{aligned}
(P1)\ \min\ z &= -5x1 - 8x2 \\
\text{s.a}\quad x1 + x2 &\le 6 \\
5x1 + 9x2 &\le 45 \\
X2 &\ge 4 \\
X1 &\ge 2 \\
X1,\ x2 &\ge 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(P2)\ \min\ z &= -5x1 - 8x2 \\
\text{s.a}\quad x1 + x2 &\le 6 \\
5x1 + 9x2 &\le 45 \\
x2 &_\ 2 \\
x1 &\le 1 \\
x1,\ x2 &\ge 0
\end{aligned}
$$

Tenemos ahora que la lista esta compuesta por 2 problemas pendientes: L={(P1), (P2)}. Sin embargo, aún no encontramos una solución entera por lo que no actualizamos el incumbente.

Resolviendo primero (P1), se tiene que z1 = −41; x1 = 1,8 y x2 = 4, que tampoco es solución entera por lo que ramificamos nuevamente por variable x1, dando origen a los problemas:

$$
\begin{aligned}
&(P3)\ \min z = -5x1 - 8x2 \\
&\text{s.a}\quad x1 + x2 \le 6 \\
&\qquad 5x1 + 9x2 \le 45 \\
&\qquad X2 \ge 4 \\
&\qquad X1 \le 2 \\
&\qquad X2 \le 4 \\
&\qquad X1, x2 \ge 0
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
&(P4)\ \min z = -5x1 - 8x2 \\
&\text{s.a}\quad x1 + x2 \le 6 \\
&\qquad 5x1 + 9x2 \le 45 \\
&\qquad x2 \ge 4 \\
&\qquad x1 \le 1 \\
&\qquad x2 \ge 5 \\
&\qquad x1, x2 \ge 0
\end{aligned}
$$

Tenemos como problemas pendientes L={(P2), (P3), (P4)} y aun ninguna solución entera.

Escogemos (P3) para ser resuelto obteniendo que es infactible. Esto significa que eliminamos a (P3) sin ser ramificado.

Ahora es necesario escoger entre los elementos de la lista pendientes L={(P2), (P4)}. Escogemos (P4) para ser resuelto obteniendo que z4 = −40,55; x1 = 1 y x2 = 4,44. Nuevamente no tenemos una solución entera y por lo tanto debemos ramificar según variable x2 dando paso a los siguientes problemas:

$$
\begin{aligned}
&(P5)\ \min z = -5x1 - 8x2 \\
&\text{s.a}\quad x1 + x2 \le 6 \\
&\qquad 5x1 + 9x2 \le 45 \\
&\qquad x2 \ge 4 \\
&\qquad x1 \le 1 \\
&\qquad x2 \le 4 \\
&\qquad x1, x2 \ge 0
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
&(P6)\ \min z = -5x1 - 8x2 \\
&\text{s.a}\quad x1 + x2 \le 6 \\
&\qquad 5x1 + 9x2 \le 45 \\
&\qquad x2 \ge 4 \\
&\qquad x1 \le 1 \\
&\qquad x2 \ge 5 \\
&\qquad x1, x2 \ge 0
\end{aligned}
$$

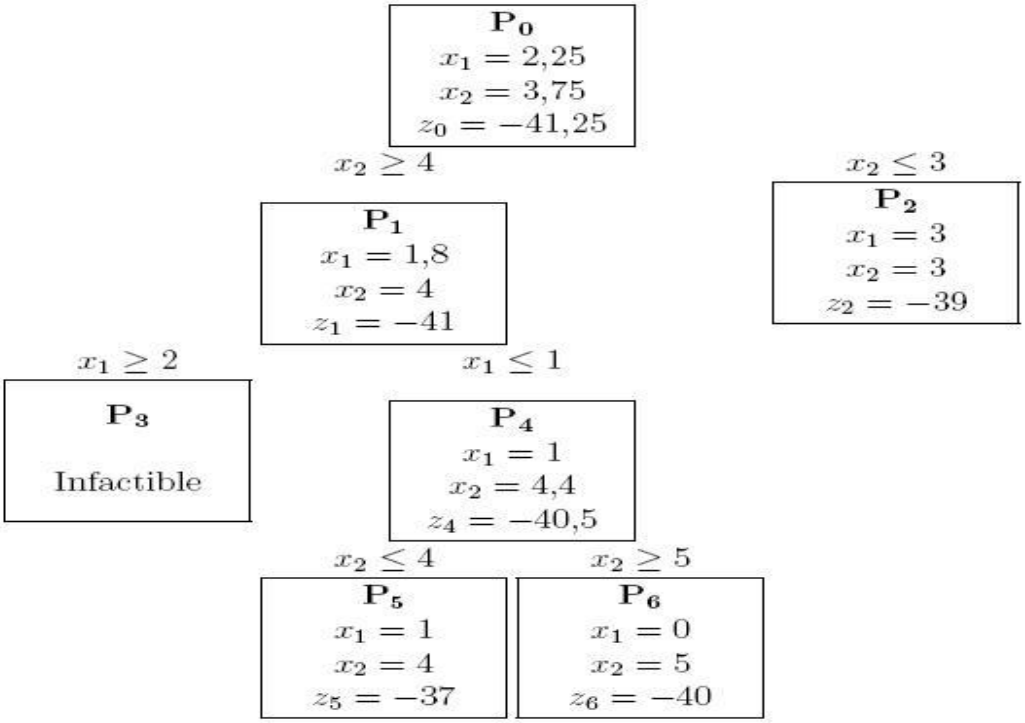
Notamos que el espacio factible de (P6) es solo el punto (x1 = 0, x2 = 5) y el de (P5) es el segmento de recta que une el punto (0, 4) con el punto (1, 4). Si se

resuelve (P5) se obtiene la primera solución entera: z5 = −37; x1 = 1 y x2 = 4 por lo que actualizamos el incumbente: ¯z = −37.

Ahora la lista es L={(P2), (P6)}. Resolviendo (P6) se tiene que z6 = −40; x1 = 0 y x2 = 5, que es una solución entera mejor que la anterior por lo que actualizamos el incumbente: ¯z = −40.

Resolviendo finalmente el ultimo problema de la lista: (P2) se obtiene que z2 = −39; x1 = 3 y x2 = 3, que es una solución entera peor que la del incumbente por lo cual no es necesario ramificar.

Como no quedan problemas en la lista, hemos encontrado que el optimo entero del problema viene dado por z_ = −40; x_1 = 0 y x_2 = 5 El árbol final es el que se muestra en la figura.



Observación: Si la solución de P2 hubiera tenido z6 = −39 y solución fraccionaria tampoco hubiéramos ramificado porque hubiese tenido un valor de la función objetivo peor que la del incumbente por lo que todos los problemas hijos tendrían una solución peor que la mejor que ya tenemos.

PROBLEMA 2

Rápido es una nueva cadena de restaurantes de comida rápida (fast-food) que está planificando expandirse en Washington DC. Aún cuando la comida es de alta calidad, la principal atracción de esta cadena de restaurantes es su diseño. En el centro de la ciudad el interior del local se construyo de tal forma de parecerse al interior de un container, mientras que en los suburbios los restaurantes se construyeron al interior de verdaderos conteiner.

La compañía dispone de US $ 2.7 millones para su expansión. Cada restaurante en los suburbios requiere US $ 200.000 en inversión, y cada local en el centro requiere de US $ 600.000. Se proyecta que luego de los gastos, la ganancia neta semanal en los locales de los suburbios (que estarán abiertos las 24 horas) será en promedio US $ 1200. Los restaurantes del centro abrirán sólo 12 horas al día, pero debido a una gran cantidad de clientes durante las horas de trabajo las proyecciones indican que la ganancia neta semanal será de US $ 2000. La compañía desea abrir al menos 2 restaurantes en el centro. Rápido actualmente tiene 19 administradores. Cada local en los suburbios requerirá tres administradores para su funcionamiento las 24 horas, y se cree que con sólo un administrador en el centro por restaurante sería suficiente. Rápido desea saber cuántos restaurantes podría abrir para maximizar su ganancia neta semanal.

Solución.

Resumiendo el problema, se tiene

- Rápido debe decidir cuántos restaurantes debe abrir en los suburbios y en el centro de Washington DC
- Desean maximizar su ganancia total semanal promedio
- La inversión total no puede exceder US $ 2.7 millones
- Se deben abrir al menos 2 restaurantes en el centro
- Sólo se cuenta con 19 administradores.

Un Modelo Matemático sería:

$$\text{Máx } 1200\,X1 + 2000\,X2$$

$$\text{s.a.}$$

$$2\,X1 + 6\,X2 < 27$$

$$X2 > 2$$

$$3\,X1 + X2 < 19$$

$$X1, X2 > 0, \textit{enteros}$$

La solución real del problema es:

X1 = 87/16, X2 = 43/16, Z = US $ 11.900

Surgen naturalmente algunas interrogantes:

¿Por qué no redondear simplemente los valores la solución real?

Posibles resultados del redondeo
Los puntos pueden ser no-factibles
Los puntos pueden ser factibles pero no-óptimos
Los puntos pueden ser factibles y óptimos

Tabla No. 3 Resultados de redondeo

Veamos los puntos X1 = 6, X2 = 3.qué sucede?

Nota: Imponer restricción de enteros agrega dos restricciones al problema: X1 entero y X2 entero. Así es que tal como vimos antes *el valor de la función objetivo NO puede mejorar*. En un problema de maximización esto significa que el valor de la función objetivo disminuirá o en el mejor de los casos será el mismo que el valor óptimo del problema de programación lineal en el dominio de los reales.

La solución entera del problema es: X1 = 4, X2 = 3, Z = US $ 10.800

PROBLEMA 3

Después de muchos años con bajos intereses en los bancos, la señorita Medina ha decidido incursionar el la bolsa. Sin embargo, ella desea hacer una inversión cautelosa. Ella escuchó que las acciones de una compañía de telecomunicaciones se están vendiendo en US $ 55 c/u (incluyendo comisiones) y se proyecta su venta en US $ 68. También está considerando invertir en un fondo mutuo, el cuál según un diario especializado, daría un retorno de la inversión de un 9% el próximo año.

Para esta primera incursión en el mercado la srta. Medina ha sido extremadamente "modesta" en sus objetivos. Ella desea invertir sólo lo suficiente para obtener un retorno de US $250.

Además ella confía más en el fondo mutuo que en la bolsa, por lo tanto se impuso la restricción que la máxima cantidad a invertir en la bolsa no excederá el 40% de su inversión total, y su inversión en acciones no será más de US $ 750.

Ella desea saber cómo debería invertir.

Solución.

Resumiendo tenemos:

- determinar el número de acciones y la cantidad de dinero invertido en el fondo mutuo
- Minimizar la cantidad de dólares invertidos
- Obtener un retorno de al menos US $ 250 al año
- Invertir a lo más 40% de su inversión total y no más de US $ 750 en acciones.

Un modelo matemático *Mixto* sería:

$$\text{Mín} \quad 55X1 + X2$$

s.a.

$$13X1 + 0.09X2 > 25$$

$$55X1 < 750$$

$$33X1 - 0.40X2 < 0$$

$$X1, X2 > 0, \quad X1 \text{ entero}$$

El óptimo se encuentra en X1 = 12 y X2 = 1044.44

Resolución de ILP´s.

Se han propuesto muchos métodos para poder resolver este tipo de problemas además de redondear y verificar y el de la simple enumeración de puntos. El método más conocido y eficaz hasta el momento es el *Branch & Bound* (Cota y Ramificación). Este método resuelve inicialmente el problema sin considerar las restricciones de números enteros. Luego se selecciona una de las variables que debe ser entera agregando dos nuevas restricciones:

- la primera impone una *upper bound* (cota superior) a la variable seleccionada restringiendo su valor de *a lo más* la parte entera de su valor actual
- la segunda impone una *lower bound* (cota inferior) a la variable seleccionada restringiendo su valor de *al menos* la parte entera de su valor actual más 1.

Obviamente ninguna de esas restricciones es satisfecha por el problema actual. Se crean entonces dos nuevos problemas de programación lineal (llamados ramas) y se resuelven. Uno agrega la restricción de la cota superior y el otro agrega la restricción de la cota inferior. Se trata de un proceso iterativo el que continúa hasta que se encuentra una solución entera (si es que la hay).

El algoritmo tiene dos conceptos fundamentales:

1. Si se encuentra una solución de un subproblema que satisface todas las restricciones de enteros y ya que esta es una solución factible del problema original, el valor de la función objetivo es una cota inferior para la solución entera óptima.
2. Si se encuentra una solución a un problema que no satisface una o más de las restricciones enteras y ya que agregar restricciones adicionales no

puede mejorar el valor de la función objetivo, el valor de esta función objetivo es una cota superior para todos los problemas restantes.

Se usará la siguiente notación para una rama dada

L: La mejor (mas grande) cota inferior encontrada para el IPL o MILP
Z : El valor de la función objetivo del problema que se está considerando (la cota superior para todos los próximos sub-problemas)

Para comenzar el algoritmo se requiere una cota inferior. Si no hay una solución inmediatamente podemos considerar L como menos infinito. El valor inicial de Z es el valor de la función objetivo del problema relajado (es decir, sin restricción de enteros). Luego, si para un sub-problema dado el valor de Z es menor que o igual que la mejor cota inferior L (o si el subproblema es no-factible), se *anula la rama.*

El método Branch & Bound *està determinado por los siguientes pasos:*

1. Resuelva el problema relajado. Si todas las variables tienen valores enteros esta es la solución óptima. Si no, asigne menos infinito a L.
2. Seleccione el siguiente subproblema a resolver con el mayor valor de Z. Seleccione la primera variable entera *Xj* que tiene actualmente un valor no entero. Cree un nuevo subproblema agregando la restricción *Xj* ³ I + 1. Si esta rama ya ha sido evaluada, cree un nuevo subproblema agregando una restricción *Xj* ≤ I.
3. Resuelva el nuevo subproblema:

Si	Entonces
El problema no es factible	anule la rama
El valor de Z ≤ L	anule la rama
El problema es una solución y Z > L	Anule la rama Cambie el valor de L por Z Anule las ramas con Z<L
El problema no es solución y Z>L	Este es un nuevo problema

Tabla No 4. Método de Branch

4. Si quedan subproblemas, volver al paso 2. Si no hay subproblemas entonces la solución óptima es el valor de L.

Los siguientes restricciones: Xj < = Xj* y Xj > = Xj* + 1. Vuelva al paso 1.

TALLER

1. Una compañía produce dos productos, A y B. Cada unidad de producto A requiere una hora de servicios de ingeniería y 5 horas de tiempo de máquina. Producir una unida de producto B requiero dos horas de ingeniería y 8 hora de tiempo de máquina. Hay 100 horas de ingeniería y 400 horas de tiempo de máquina disponible. El costo de producción es una función no lineal de la cantidad producida, tal como se da en la siguiente tabla:

Producto A		**Producto B**	
Producción (Unidades)	Costo Unitario	Producción (Unidades)	Costo Unitario
0 – 50	$ 10	0 – 40	$ 7
50 – 100	$ 8	40 – 100	$ 3

Tabla No.5 Problema 1 Taller PLE

Los precios unitarios de venta de los productos A y B son $ 12 y $ 14 respectivamente. La compañía quiere un plan de producción el cual de el número de unidades de A y B producir de tal manera que la utilidad sea máxima. Formular un modelo de programación entera para este problema.

2. A una compañía de inversiones se le presenta 5 posibles inversiones, cuyos gasto y rendimientos son (miles de unidades monetarias):

Inversión	1	2	3	4	5
Gastos	8	4	6	3	9
Rendimientos	32	21	24	15	16

Tabla No.6 Problema 2 Taller PLE

El capital total disponible para invertir es de $ 25000. Si la cartera de inversiones de la compañía incluye la inversión 2, deberá seleccionar la inversión 4. Por otra parte las inversiones 2 y 3 son mutuamente excluyentes. Formule el problema como un modelo de programación entera.

3. Considere el problema de planear la producción de 2000 unidades de un cierto producto que se fabrica en tres máquinas. Los costos de preparación, los costos de producción por unidad y la capacidad de producción máxima para cada máquina están tabulados a continuación. El objetivo es minimizar el costo total de producción del lote requerido.

Máquina	**Costo Preparación**	**Costo de producción / Unidad**	**Capacidad (No. de unidades)**
1	100	10	600
2	300	2	800
3	200	5	1200

Tabla No.7 Problema 3 Taller PLE

Formule el problema como uno de programación entera.

UNIDAD 2

Nombre de la Unidad	**REDES DE DISTRIBUCION**
Introducción	La Unidad dos continúa con el desarrollo de algunos modelos y algoritmos deterministicos, teniendo en cuenta que las buenas decisiones se basan en los buenos resultados. Se consigue lo deseado de manera "deterministica", es decir, libre de riesgo. Esto dependerá de la influencia que puedan tener los factores no controlables, en la determinación de los resultados de una decisión y también en la cantidad de información que el tomador de decisión tiene para controlar dichos factores**.**
Justificación	Un modelo puede considerarse como una entidad que captura la esencia de la realidad sin la presencia de la misma**.** La utilidad del modelo depende del aspecto de la realidad que representa. Un modelo puede ser inadecuado aun cuando intenta capturar los elementos apropiados de la realidad si lo hace de una manera distorsionada o sesgada. Un modelo ofrece al analista una herramienta que puede manipular en su análisis del sistema en estudio, sin afectar al sistema en sí. La unidad Dos pretende proporcionar herramientas al tomador de decisiones en la solución de problemas de tipo deterministicos a través del conocimiento y manejo de las diferentes técnicas, estableciendo el adecuado planteamiento de variables, la relación existente entre ellas y la aplicación del algoritmo apropiado en problemas de transporte, transbordo, asignación, redes, CPM-PERT y programación dinámica.
Intencionalidades Formativas	Conocer el manejo e implementación de los métodos más importantes en el modelo de transporte (Esquina Noroeste, Mínimos, Vogel) y en especial la aplicación de la prueba de optimalidad.
Denominación de capítulos	Modelo de transporte Modelo de asignación Modelo CPM-PERT Modelo Programación Dinámica

CAPÍTULO 3

MODELO DE TRANSPORTE

INTRODUCCION

Gran parte del país se mueve sobre ruedas, pero, ¿Quién transporta las ruedas hasta los clientes? Un fabricante de textiles cuya casa matriz se encuentra en Estados Unidos, necesita saber como minimizar sus costos de envió mientras sigue satisfaciendo la demanda tanto Nacional como Internacional de sus productos, ¿Tal vez el uso de fábricas y/o almacenes reduzca los costos totales de envió? Si es así, ¿Cuántas fábricas y/o almacenes deben establecerse y en dónde deben estar colocados? La administración comprende que es probable que el establecimiento de fábricas y/o almacenes reduzca los cargos de envió, pero entonces las fábricas mismas reducirán un poco las ganancias. ¿Qué plan estratégico tiene el mejor sentido financiero para la fábrica o almacén?

Muchos temas cuando se les formula, muestran una estructura especial en sus restricciones o en su función objetivo. Mediante el diseño de procedimientos de solución de algoritmos, se logra llegar a una respuesta óptima, factible y eficaz de tal manera que satisfaga las expectativas.

Los temas a continuación enunciados hacen parte del contexto para examinar de qué manera, cualquier empresa, utiliza los métodos de distribución para determinar la estructura que proporciona la mayor ganancia posible.

OBJETIVOS

- Conocer el manejo e implementación de los métodos más importantes en el modelo de transporte (Esquina Noroeste, Mínimos, Vogel) y en especial la aplicación de la prueba de optimalidad.
- Identificar de que manera se logra la solución a los problemas prescritos en algún tema en común.

LECCION 10: HISTORIA

Los modelos de transporte tienen su origen en la década de los 40's, los cuales comprenden muchos sitios de embarques y muchos puntos de destinos de un mismo tipo de producto.

Dentro de un período dado, cada fuente de embarque (fábrica), tiene cierta capacidad y cada punto de destino (bodega), tiene ciertos requerimientos con un costo dado de los embarques del punto de origen al destino.

La función objetivo consiste en reducir al mínimo el costo de transporte y satisfacer los requerimientos de las bodegas dentro de las limitaciones de la capacidad de las fábricas.

Se han desarrollado varios métodos para resolver un problema de transporte, dentro de los cuales, los comunes son:

- Esquina Noroeste
- Mínimos
- Vogel
- Prueba de Optimidad

La meta de un modelo de transporte es minimizar el costo total de un envío de un producto desde los puntos de existencia hasta los puntos de demanda bajo las siguientes condiciones:

- La función objetivo y las restricciones deben ser lineales.
- Las mercancías para distribuir deben ser uniformes.
- La suma de la capacidad de todos los orígenes deben ser iguales a la capacidad de los destinos; es decir oferta igual a demanda.

Identificación de las restricciones:

- El embarque total de cada planta no se debe exceder de su capacidad.
- El embarque total recibido por cada tienda al por menor debe satisfacer se demanda.

EJEMPLO

A continuación se dan las capacidades de 3 fábricas y las necesidades de 3 almacenes y los costos unitarios de transporte.

La tabla que se utiliza normalmente es la que aparece a continuación observe que es una disposición matricial de filas y columnas en las que aparecen los orígenes en las filas y los destinos en las columnas, además usted puede ver que los costos de envío se encuentran en los recuadros pequeños así como las respectivas ofertas y demandas.

El objetivo ahora será a través de los diferentes métodos diligenciar la tabla colocando adecuadamente las cantidades los tres métodos harán este ejercicio pero valorar el costo de envió optimo será tarea de la prueba de optimalidad

denominada Salto de la piedra o como algunos autores lo denominan cruce del arroyo, de esto hablaremos mas adelante.

	X	Y	Z	Oferta
A	2	3	6	500
B	2	1	5	800
C	4	6	1	1000
Demanda	400	700	1200	2300

Tabla No. 8 Transporte distribución inicial

Antes de comenzar con el método seleccionado por usted para determinar el costo de envío y las cantidades asignadas a cada casilla es importante que usted verifique el punto de equilibrio entre la oferta y la demanda es decir sumamos los valores de la oferta y la demanda si estos dan iguales estamos listos para comenzar la asignación de casillas en la tabla sino es asi entonces debemos incluir una fila o columna ficticia que tendrá valores de cero para los costos y en la oferta o demanda según el caso el valor que haga falta para mantener el equilibrio entre demanda y oferta como lo expresamos anteriormente.

Ahora bien comencemos por entender el primer método: Esquina noroeste

LECCION 11: METODO DE ESQUINA NOROESTE

Es uno de los métodos más fácil para determinar una solución **básica factible** inicial. Este también considerado por ser el menos probable para dar una buena solución de “bajo costo” porque ignora la magnitud relativa de los costos.

Pasos para desarrollar este método:

1. Seleccionar la celda de la esquina noroeste (esquina superior izquierda).

2. Haga el más grande envío como pueda en la esquina de la celda de la esquina noroeste, esta operación agotará completamente la disponibilidad de suministros en un origen a los requerimientos de demanda en un destino. A este procedimiento o paso se le llama con frecuencia saturar.
3. Corrija los números del suministro y requerimiento para reflejar lo que va quedando de suministro y vuelva al paso uno.

Reglas para el desarrollo del método esquina noroeste:

Los envíos son indicadores dentro de cada celda.
Los suministros y requerimientos que quedan pueden ser registrados a la derecha de los números originales.
Las filas correspondientes a los orígenes pueden ser eliminadas o señaladas, después de que sus requerimientos estén completamente llenos.

Desarrollo del Ejercicio

	X	Y	Z	*Oferta*
A	400 [2]	100 [3]	0 [6]	500
B	0 [2]	600 [1]	200 [5]	800
C	0 [4]	0 [6]	1000 [1]	1000
Demanda	400	700	1200	2300

Tabla No. 9 Esquina Noroeste

Costo Total = (400*2)+(100*3)+(600*1)+(200*5)+(1000*1)

Costo Total = 800+300+600+1000+1000

Costo Total = $ 3.700

Es improbable que este plan factible sea también el plan de envío factible del mínimo costo, ya que ignoramos la magnitud relativa de los costos unitarios en cada interacción.

En general para saber si la solución es óptima existe una regla la cual dice que **m+n-1** debe ser igual al número de casillas ocupadas por cantidades en donde n = a las columnas y m = a las filas, esta es utilizada para determinar si la solución inicial es degenerada o no. En otras palabras si tenemos como es el caso del ejemplo anterior tres filas y tres columnas tendremos en total 6 menos uno dará 5 casillas que deben estar ocupadas si el numero es superior a este significa que admite procedimiento para disminuir numero de casillas asignadas, y tendremos que con mayor obligación aplicar prueba de optimalidad, si por el contrario el numero de casillas es inferior entonces estaremos muy cerca de encontrar el valor del costo de envío optimo. Es importante que usted tenga en cuenta que la prueba de optimalidad siempre se debe aplicar sea cual fuere la elección del método aplicado a un ejercicio o problema así se tenga la prueba de degeneramiento con menor valor, esta solo lo ubica en una posición de ventaja para entender que el proceso esta muy cercano al optimo.

LECCION 12: METODO DEL MÍNIMO COSTO O MINIMOS

El método de la celda del mínimo costo es similar al método anterior diferenciándose solo en el primer paso:

Considere todas las celdas que están contenidas en las filas o columnas señaladas. Seleccione la celda que tenga el bajo costo, se empieza a saturar como en los pasos anteriores.

Como se mencionó el procedimiento a seguir en adelante será de la misma forma que el de la E.N, es decir una vez asignada la cantidad en la casilla seleccionada con el menor costo se reiterará el procedimiento hasta agotar todas las existencias y satisfacer todas las necesidades o requerimientos, siempre teniendo en cuenta el bajo costo de la celda.

	X	Y	Z	*Oferta*
A	400 [2]	0 [3]	100 [6]	500
B	0 [2]	700 [1]	100 [5]	800
C	0 [4]	0 [6]	1000 [1]	1000
Demanda	400	700	1200	2300

Tabla No. 10 Transporte Método Mínimos

Costo Total = (400*2)+(100*6)+(700*1)+(100*5)+(1000*1)

Costo Total = 800+600+700+500+1000

Costo Total = $ 3.600

LECCION 13: METODO DE APROXIMACION DE VOGEL

Este método es considerado el más cercano a una solución óptima para evaluar una solución factible de bajo costo.

Procedimiento

- Se restan los dos valores mínimos de cada columna e igualmente en las filas,

- Se toma como punto de partida el valor mínimo de la columna o fila en donde se encuentra ubicado el mayor valor obtenido en la resta inicial(mayor diferencia)
- Se repite los pasos anteriores con las filas y columnas que aún quedan sin saturar hasta que se asignen todas las cantidades requeridas para satisfacer la demanda de acuerdo a la oferta dada.
- Se determina el costo y se verifica que la tabla no sea degenerada.
- Se aplica la técnica del salto de la piedra para buscar la solución óptima en caso de poder hacerlo.

	X	Y	Z	Oferta	
A	2	3	6	500	1
B	2	1	5	800	1
C	// 4	// 6	1000 1	1000	3
Demanda	400	700	1200	2300	
	0	2	4		

Tabla No 11 Método de vogel inicial

	X	Y	Z	Oferta	
A	2	// 3	6	500	1
B	2	700 1	5	800	1
C	// 4	// 6	1000 1	1000	-
Demanda	400	700	1200	2300	
	0	2	1		

	X	Y	Z	Oferta	
A	400 2	// 3	6	500	4
B	// 2	700 1	5	800	3
C	// 4	// 6	1000 1	1000	-
Demanda	400	700	1200	2300	
	0	-	1		

Tabla No. 12 Método de vogel Primera y segunda Iteración

	X	Y	Z	Oferta	
A	400 2	// 3	100 6	500	6
B	// 2	700 1	100 5	800	5
C	// 4	// 6	1000 1	1000	-
Demanda	400	700	1200	2300	
	-	-	1		

Tabla No. 13 Método de vogel ultima Iteración

Ct= 400 * 2 + 100 * 6 + 700 * 1 + 100 * 5 + 1000 * 1 = 3600

M + n – 1 = 5 lo que corresponde al mismo número de casillas ocupadas.

Estamos listos para aplicar la prueba de optimalidad.

LECCION 14: PRUEBA DE OPTIMALIDAD O SALTO DE LA PIEDRA

Para saber que tan factibles son todos los métodos anteriores se ha desarrollado la prueba de optimalidad que determina si el método es el que ofrece el menor costo de envío. La prueba se lleva a cabo mediante el cálculo de un solo número conocido como costo reducido, para cada celda vacía.

Para calcular el costo reducido seleccione en orden los ceros que encuentre.

REGLAS PARA EL DESARROLLO DE LA PRUEBA DE OPTIMALIDAD O SALTO DE LA PIEDRA

- Las piedras serán las cantidades asignadas a cada casilla de la tabla.
- Se llamaran charcos las casillas vacías de la tabla.
- Salto horizontal en piedra, es decir en forma vertical o en forma horizontal.
- Realizar el mínimo de saltos posibles.
- La casilla a evaluar comienza con un signo (+) positivo y a medida en que se va recorriendo la ruta escogida se van alternando los signos.
- Buscar un salto de línea cerrada (donde empieza termina).
- Si la ruta asignada es correcta, sumamos algebraicamente los costos y la respuesta debe dar positiva, es decir que los valores positivos sean mayores que los valores negativos.
- Si la ruta no es correcta se debe reasignar.
- Reubicación: Tomamos las cantidades de las casillas negativas y elegimos el valor más pequeño entre ellos, para restárselo a las cantidades negativas y sumárselo a las positivas.

Apliquemos en el ejercicio anterior la técnica así:

Tomamos la primera casilla libre (//) le asignamos signo + luego tratamos de conseguir una ruta que vaya de cantidad en cantidad(piedras) debe ser la más corta, como lo muestra la tabla con el recuadro, recordar que por cada salto se asigna un sino alternado, es decir si comenzamos con + luego – luego + y así sucesivamente hasta cerrar la ruta llegando a la posición en la que se inició, posteriormente tomamos el total de los costos + y los comparamos con los -, de tal manera que si estos son mayores que los -, indica que el cero o casilla libre está bien ubicada y que no admite otro valor. De lo contrario debemos balancear la tabla de la siguiente manera: se tomará el valor de la cantidad más pequeña asignada con signos negativos y se le restarán a estas casillas y se le sumará dicho valor a las casillas positivas esto alterará el orden de asignación de cantidades y se procederá de nuevo a comenzar con los ceros (//) aplicando el mismo procedimiento hasta agotar todos y cada uno de ellos. Una vez terminado el proceso se calculará el costo de envío y podrá decirse que este representa un valor óptimo.

	X		Y		Z		Oferta
A	400	2	+ //	3	- 100	6	500
B	//	2	- 700	1	+ 100	5	800
C	//	4	//	6	1000	1	1000
Demanda	400		700		1200		2300

Casillas positivas mayores que las negativas, luego se deja en la misma posición

	X		Y		Z		Oferta
A	400 -	2	//	3	100 +	6	500
B	// +	2	700	1	100 -	5	800
C	//	4	//	6	1000	1	1000
Demanda	400		700		1200		2300

Casillas positivas mayores que las negativas, luego se deja en la misma posición

	X		Y		Z		Oferta
A	400 -	2	//	3	+ 100	6	500
B	//	2	700	1	100	5	800
C	+//	4	//	6	1000 -	1	1000
Demanda	400		700		1200		2300

Casillas positivas mayores que las negativas, luego se deja en la misma posición

	X		Y		Z		Oferta
A	400	2	//	3	100	6	500
B	//	2	-700	1	+ 100	5	800
C	//	4	+ //	6	-1000	1	1000
Demanda	400		700		1200		2300

Tabla No. 14 Salto de la piedra- Proceso completo

Casillas positivas mayores que las negativas, luego se deja en la misma posición.

Terminado el proceso cn todas las casillas libres (//), podemos observar que ellas no sufrieron modificación luego se procede a calcular el costo de envío que en esta ocasión coincide con el anteriormente calculado por el método de vogel.

DICCIONARIO

A Continuación presentaremos los significados de una serie de términos utilizados para la explicación de los temas expuestos.

Saturar: Eliminar o señalar las filas correspondientes a los orígnes, después de que sus requerimientos estén completamente llenos.

Costo: Valor que se le da a algo (Material).

Función Objetivo: Agente que reduce al mínimo el costo de transporte y satisface los requerimientos de las bodegas.

Requerimiento: Solicitud de algo.

Restricción: Límite que se pide para llevar a cabo una acción.

Salto de la Piedra: Para obtener un costo reducido.

Optimizar: Obtener un resultado muy bueno para dar una solución exacta inicial de bajo costo.

Suministros: Materiales para un trabajo específico.

TALLER

1. Cuatro Expendedores de Gasolina A, B, C y D requieren 50.000, 40.000, 60.000 y 40.000 galones de gasolina respectivamente. Es posible satisfacer estas demandas a partir de las localidades 1, 2 y 3 que disponen de 80.000, 100.000 y 50.000 galones respectivamente. Los costos de despachar 1.000 galones de gasolina presentados en la **Tabla No. 2** indican que cuesta $70. Enviar 1.000 galones de gasolina desde la localidad 1 hasta el expendedor A, $80 enviar 1.000 galones de gasolina desde la localidad 2 hasta el expendedor B, etc.

   El problema consiste en determinar las cantidades de gasolina que deben enviarse desde cada localidad hasta cada expendedor, de manera que los requerimientos de los distribuidores sean satisfechos y que los costos totales de despacho sean mínimos.

Tabla No. 15 (Expendedores de Gasolina)

LOCALIDADES	A	B	C	D
1	70	60	80	60
2	50	80	60	70
3	80	50	80	60

2. Tres depósitos surten a cinco almacenes. La tabla indica el costo de transporte por unidad entre depósitos y almacenes, las capacidades de los depósitos y los requerimientos de los almacenes. Sin embargo el daño de un puente principal, ha impedido las entregas desde el depósito A hasta el almacén 5, desde el depósito B hasta el almacén 2 y desde el depósito C hasta el almacén 4. Determinar dentro de estas limitaciones el esquema óptimo de entregas.

Tabla No. 16 (Depósitos)

ALMACEN	A	B	C	No. Requerido
1	$2	$4	$6	75
2	$3	$8	$7	345
3	$4	$3	$8	180
4	$4	$6	$3	90
5	$2	$6	$5	210
Capacidad	850	300	450	

3. Una compañía tiene tres distribuidores principales que surten a cinco comerciantes al por menor. En la siguiente tabla se indican las distancias entre distribuidores y comerciantes, los requerimientos de los comerciantes y las capacidades de los distribuidores. Determinar cuales distribuidores deben surtir a los comerciantes para minimizar la distancia total requerida.

Tabla No. 17 (Distribuidor)

Comerciante al x menor	A	B	C	No. Requerido
1	6	7	8	12
2	4	6	7	15
3	5	7	6	21
4	4	4	9	24
5	8	3	5	24
Número Disponible	15	48	33	

AUTOEVALUACION

Preguntas múltiples con única respuesta.

En las preguntas 1 y 2 Marque sólo la respuesta correcta.

1. En los modelos de transporte la meta que se propone es:
   a. Aumentar el costo de envío de un producto.
   b. Aumentar las restricciones de los puntos de demanda.
   c. Atribuir mercancía uniforme.
   d. Minimizar el costo de envío total de un producto.
2. La esquina noroeste es la más fácil para determinar una solución básica factible, pero su problema es:
   a. Que la función objetivo y las restricciones son iguales.
   b. Su solución es exacta para dar una buena solución al bajo costo.
   c. Su solución es la más adecuada y es mejor que los otros métodos para dar una buena solución inicial de bajo costo.
   d. Su solución es la menos probable para dar una buena solución básica factible de bajo costo.

Responda las siguientes preguntas:

3. En que consiste la prueba de optimalidad?
4. Por qué el método de aproximación de Vogel es el más factible en la solución de bajo costo.

Dibuje las rutas o saltos que se pueden hacer cuando aplicamos la prueba de optimalidad.

5. Que es lo primero que se evalúa en una tabla cuando nos dan un ejercicio para resolver por modelos de transporte.

Desarrolle los siguientes ejercicios aplicando los modelos de transporte incluyendo la prueba de optimalidad:

Todo Aseo Ltda. Posee cuatro fábricas de productos de aseo que se encuentran localizadas en Bogotá con una capacidad de producción de 3000 unidades. La fábrica ubicada en Manizales tiene una capacidad de producción de 2500 unidades. La fábrica ubicada en Medellín tiene una capacidad de 2700 unidades y la otra fábrica ubicada en Cali con una capacidad mensual de 800 unidades.
Los productos son vendidos a través de tiendas al detal. Para el mes siguiente la tienda que sé encuentra ubicada en Neiva ha hecho un pedido de 2500 unidades, la que se encuentra en Ibagué tiene un pedido de 1800 unidades, en la tienda de Pereira hicieron un pedido de 3500 unidades y en la tienda de Armenia hicieron un pedido de 1200 unidades; el costo de envío por unidad desde cada planta de producción a cada una de las diferentes tiendas al detal se presentan en la tabla. Como gerente de distribución usted deberá formular un modelo matemático para encontrar el programa de envío de menor costo.

Tabla No. 18 COSTOS DE ENVIO

Destino / Origen	Neiva	Ibagué	Pereira	América
Bogotá	3	2	5	4
Manizales	5	3	4	1
Medellín	1	4	3	2
Cali	4	5	2	1

Respuestas Autoevaluación

1. A
2. D
3. Ver página 63
4. Ver página 60
5. Ver página 57 Lección 10

Solución Problema

Ct= $19.100

LECTURA AUTOREGULADA

EMPACÁNDOLOS

(Tomada del libro de Marthur-Solow)

UPS es la mayor compañía en el mundo de distribución de paquetes; opera una red global que maneja 11 millones de paquetes diariamente. El público ve una compañía confiable y eficiente con conductores amables en esas familiares y puntuales camionetas cafés, pero en UPS suceden más cosas de las que el ojo puede ver.

UPS mantiene una de las aerolíneas de carga más grandes del mundo, con, una flota de más de 60 aviones Boeing 757 adaptado. La compañía también mantiene una completa variedad de vehículos de Transportación terrestre, desde las camionetas cafés hasta remolques e incluso bicicletas. Todos los vehículos han sido diseñados para incrementar el rendimiento de combustible, la eficiencia operativa y, a la vez, reducir la contaminación y el ruido.

El corazón técnico del sistema de información de UPS es una sofisticada red de computación que cubre el globo terráqueo, manteniendo a UPS en Contacto constante con sus paquetes y clientes. En conexión con las técnicas de la ciencia administrativa, este sistema de información resuelve continuamente muchos problemas de transportación, trasbordo y asignación.

La UPS muestra un enorme cuarto, donde se mantienen 49000 mapas, uno para cada sección de 7 Por 9 millas de los EEUU. Estos mapas se almacenan electrónicamente en la computadora central de manera que UPS pueda tercer acceso a cualquier dirección Mediante dispositivos de rastreo avanzado, el sistema de computación puede asignar rápidamente el conductor más cercano disponible para una inmediata recolección de paquetes. Cada conductor tiene un moderno tablero computarizado portátil que almacena los números de contabilidad, los tiempos de entrega e incluso la firma del cliente para la ruta de ese día. Al final del día el tablero se acopla a una Terminal y todos los datos se cargan al sistema central. Esta información es vital para la eficiente operación de este complejo sistema de entregas.

UPS ha sido pionero del “empacado inteligente”, al usar equipo de código de barras, de examen y ordenamiento para rastrear, trazar y facturar rápida y eficientemente, al mismo tiempo que continúa la tradición de la entrega puntual.

PREGUNTAS SOBRE EL CASO

1. ¿Cuáles son algunas de las estadísticas que señalan a *UPS* como la mayor compañía de entrega de paquetes de los EE.UU. y del mundo?

2. ¿Cuáles son algunos de los servicios flexibles que URS puede ofrecer?

MÁS ALLÁ DEL CASO

3. Haga una breve consulta sobre modelos de trasbordo y trate de dar una explicación con relación al manejo que debería dársele a las recolecciones y entregas dentro de una ciudad importante.

4. ¿Cuáles son algunos de los datos necesarios diariamente para asignar conductores a camiones y rutas?

CONSIDERACIONES PRÁCTICAS

5. ¿Por qué es más barato para UPS enviar un paquete de Miami a Atlanta a través de su central de Louisville que enviarlo directamente de Miami a Atlanta?

6. Discuta las similitudes entre UPS y Yellow Freight

CAPÍTULO 4

MODELO DE ASIGNACION

INTRODUCCION

Se puede considerar el modelo de asignación como un caso especial del modelo de transporte. Se tienen en cuenta los conceptos fuentes que son los trabajos a desempeñar, y los destinos son las maquinas que desempeñan el trabajo.

El modelo de asignación pretende que las maquinas desempeñen trabajo optimizar tempo y costos.

OBJETIVOS

- Identificar el algoritmo de asignación en la implementación de un problema para buscar su respectiva solución teniendo en cuenta la Maximización y la Minimización.

LECCION 15: GENERALIDADES DEL METODO DE ASIGNACION

El modelo de asignación es un caso especial del modelo de transporte, en el que los recursos se asignan a las actividades en términos de uno a uno, haciendo notar que la matriz correspondiente debe ser cuadrada. Así entonces cada recurso debe asignarse, de modo único a una actividad particular o asignación.

En algunos problemas de decisión es necesario asignar un elemento de un grupo (Ej. Como una máquina, un empleado, etc.) a un elemento de un segundo grupo (Ej. Una tarea, un proyecto, etc.). Considere por ejemplo, asignar trabajos a máquinas en una planta industrial, asignar representantes de ventas a territorios o asignar investigadores a proyectos.

Los problemas de asignación presentan una estructura similar a los de transporte, pero con dos diferencias: asocian igual número de origenes con igual número de demandas y las ofertas en cada origen es de valor uno, como lo es la demanda en cada destino.

El problema de asignación debe su nombre a la aplicación particular de asignar hombres a trabajos (o trabajos a máquinas), con la condición de que cada hombre puede ser asignado a un trabajo y que cada trabajo tendrá asignada una persona. La condición necesaria y suficiente para que este tipo de problemas tenga solución, es que se encuentre balanceado, es decir, que los recursos totales sean iguales a las demandas totales.

El modelo de asignación tiene sus principales aplicaciones en: Trabajadores, Oficinas al personal, Vehículos a rutas, Máquinas, Vendedores a regiones, productos a fabricar, etc.

LECCION 16: CARACTERISTICAS

El problema de asignación tiene que ver con la asignación de tareas a empleados, de territorios a vendedores, de contratos a postores o de trabajos a plantas. Al aplicar el método de transporte y el método de asignación la gerencia está buscando una ruta de distribución o una asignación que optimizará algún objetivo; éste puede ser la minimización del costo total, la maximización de las utilidades o la minimización del tiempo total involucrado.

Al igual que el método de transporte el método de asignación es computacionalmente más eficiente que el método simplex para una clase especial de problemas. El método de asignación también conocido como la Técnica de flood o el método Húngaro de asignación. Hay básicamente tres pasos en este método

- **Determine la tabla de costo de oportunidad:**
- Reste el elemento del costo más bajo en cada columna de la tabla de costo dada, de todo los elementos en esa columna.
- Reste el asiento más bajo en cada renglón de la tabla obtenida en la parte 1.1 de todos los números en ese renglón.
- **Determine si se puede hacer una asignación óptima:** El procedimiento es dibujar líneas rectas (verticales y horizontales) a través de la tabla de costos total de oportunidad, de tal manera que se minimice el número de líneas necesarias para cubrir todos los cuadros CERO. Si el número de líneas dibujadas es menor que el número de renglones o columnas, no se puede hacer una asignación óptima y el problema no está resuelto.
- **Revise la tabla de costo total de oportunidad.**

- Seleccione el número más pequeño en la tabla no cubierto, por una línea recta y reste este número de todos los números no cubiertos por una línea recta.

Al hacer una asignación a menudo deben cumplirse estas condiciones:

- Cada elemento del primer grupo debe asignarse a exactamente un elemento del segundo grupo.
- Cada elemento del segundo grupo debe asignarse a exactamente un elemento del primer grupo.
- Su forma de programación es lineal.
- Se basa en tablas, se solucionan problemas de manera repetitiva (sumas y restas) para minimizar o maximizar.
- Requiere que a cada trabajador es le asigne una tarea especifica.

LECCION 17: PASOS PARA MINIMIZAR

1. Tomamos el valor mínimo de cada columna y se resta entre si mismo y con los demás valores de la misma columna.
2. De la tabla obtenida de restar todas las columnas tomamos el valor mínimo de cada fila y se resta entre sí mismo y con los demás valores de la misma fila.
3. De la tabla obtenida se unen los ceros de mayor a menor con el menor número de líneas rectas posibles, ya sea por filas o por columnas.

4. Se asigna un cero por cada fila y columna, encerrándolo en un cuadro.
5. Asignamos los ceros a la tabla inicial para hallar las asignaciones.

EJEMPLO MINIMIZAR

6. La empresa COMCEL tiene cuatro proveedores de celulares que le suministran cualquiera de las marcas NOKIA, SLIM, MOTOROLA o ERICSON. Los valores de cada proveedora son diferentes dependiendo de la marca.

7. Cada marca de celular deberá ser comprada al proveedor que más económico suministre.

	A	B	C	D
NOKIA	10	18	7	5
SAMSUNG	5	21	3	20
MOTOROLA	35	29	11	16
ERICSON	6	5	23	32

Tabla No. 19 Asignación por minimización

Paso 1. Valor mínimo de cada fila y se resta en si mismo y en los de más valores de la fila.

	A	B	C	D
NOKIA	5	13	2	0
SAMSUNG	2	18	0	17
MOTOROLA	19	18	0	5
ERICSON	1	0	23	27

Paso 2. Valor mínimo de cada columna y se resta en si mismo y en los de más valores de la columna.

	A	B	C	D
NOKIA	4	13	2	0
SAMSUNG	1	18	0	17
MOTOROLA	18	18	0	5
ERICSON	0	0	23	27

Paso 3. Se unen los ceros de mayor a menor con el menor número posible de líneas rectas, ya sea por columnas o filas.

	A	B	C	D
NOKIA	4	13	2	0
SAMSUNG	1	18	0	17
MOTOROLA	18	18	0	5
ERICSON	0	0	23	27

	A	B	C	D
NOKIA	3	12	2	0
SAMSUNG	0	17	0	17
MOTOROLA	17	17	0	5
ERICSON	0	0	24	28
			2	

Paso 5. Ya igualadas el número de líneas con el número de filas y columnas se pasa a asignar un cero por cada fila y columna, encerrándolo en un cuadro.

	A	B	C	D
NOKIA	3	12	2	0
SAMSUNG	0	17	0	17
MOTOROLA	17	17	0	5
ERICSON	0	0	24	28

Paso 6. Asignamos los ceros a la tabla inicial para hallar las asignaciones.

	A	B	C	D
NOKIA	10	18	7	5
SAMSUNG	5	21	3	20
MOTOROLA	30	29	11	16
ERICSON	6	5	28	32

Tabla No. 20 Proceso asignación por minimización

Entonces tenemos:

La asignación de cada proveedor de celulares ara COMCEL es la siguiente:

A – SAMSUNG, B – ERICSON, C – MOTOROLA, D – NOKIA

Los costos correspondientes son:

8. 5 + 5 + 11 + 5 = 17

LECCION 18: PASOS PARA MAXIMIZAR

1. Se crea una nueva columna con un puesto ficticio, si el número de filas es mayor al número de columnas dándole a la columna creada valores de cero o viceversa, crear una fila dándole a toda esta valores de cero.
2. Se selecciona el valor más grande de toda la tabla y lo resto a los demás valores y en si mismo.
3. Tomo el valor mínimo de cada columna y se resta entre si mismo y con los demás valores de la misma columna.
4. De la tabla obtenida de restar todas las columnas, tomamos el valor mínimo de cada fila y se resta entre si mismo y con los demás valores de la misma fila.
5. Se unen los ceros de mayor a menor con el menor número posible de líneas rectas, ya sea por filas o por columnas.
6. Si el número de líneas no es igual al número de columnas o filas, entonces se escoge el menor valor de las celdas que no este cruzada por ninguna línea y se resta entre si mismo, a las celdas donde hay intercepto de líneas se le suma y donde las líneas pasan o cruzan una celda el valor no se modifica.
7. Se asigna un cero por fila y columna encerrándolo en un cuadro, luego los ceros los llevamos a la tabla inicial.

EJEMPLO MAXIMIZAR

La Universidad Nacional ofrece cuatro puestos vacantes para el cargo de profesores en las áreas de matemáticas, inglés, programación, finanzas, cinco personas fueron entrevistadas y se les aplicaron pruebas de habilidad para medir la aptitud de cada una; la calificación máxima de esta prueba es (0). Indicar las personas que se elegirán y los puestos que se les asigna.

TABLA 21 Inicial asignación por aximización

	Matemáticas	Inglés	Programación	Finanzas
Pedro	6	9	5	7
Juan	5	1	7	5
Pablo	2	6	9	9
Judas	2	9	7	3
Jesús	4	5	6	6

Paso 1. Se crea una nueva columna con un puesto ficticio porque el número de filas no es igual al número de columnas, dándole a la columna valores de cero. Selecciona el valor más grande de toda la tabla y lo restamos en si mismo y a los demás puntajes.

	Matemáticas	Inglés	Programación	Finanzas	Ficticio
Pedro	3	0	4	2	9
Juan	4	8	2	4	9
Pablo	7	3	0	0	9
Judas	7	0	2	6	9
Jesús	5	4	3	3	9

Paso 2. Tomamos el valor mínimo de cada fila y lo restamos entre si mismo y con los demás valores de la misma fila.

	Matemáticas	Inglés	Programación	Finanzas	Ficticio
Pedro	3	0	4	2	9
Juan	2	6	0	2	7
Pablo	7	3	0	0	9
Judas	7	0	2	6	9
Jesús	2	1	0	0	6

Paso 3. El valor mínimo de cada columna lo restamos entre si mismo y los demás valores de la misma columna.

	Matemáticas	Inglés	Programación	Finanzas	Ficticio
Pedro	1	0	4	2	3
Juan	4	6	0	2	1
Pablo	5	3	0	0	3
Judas	5	0	2	6	3
Jesús	0	1	0	0	0

Paso 4. Se unen los ceros de mayor a menor con el menor número posible de líneas rectas, ya sea por columnas o filas.

	Matemáticas	Inglés	Programación	Finanzas	Ficticio
Pedro	1	0	4	2	3
Juan	4	6	0	2	1
Pablo	5	3	0	0	3
Judas	5	0	2	6	3
Jesús	0	1	0	0	0
		4			

Paso 5. Como el número de líneas no es igual al número de columnas o filas, entonces se escoge el menor valor de las celdas que no este cruzada por ninguna línea y se resta entre sí mismo, a las celdas donde hay intercepto de líneas se le suma y donde las líneas pasan o cruzan una celda el valor no se modifica.

	Matemáticas	Inglés	Programación	Finanzas	Ficticio
Pedro	0	0	3	1	2
Juan	0	7	0	2	1
Pablo	5	4	0	0	3
Judas	5	0	1	5	2
Jesús	0	2	0	0	0
	2	3			

Paso 6. Se le asigna un cero por fila y columna, encerrándole en un cuadro.

	Matemáticas	Inglés	Programación	Finanzas	Ficticio
Pedro	0	0	3	1	2
Juan	0	7	0	2	1
Pablo	5	4	0	0	3
Judas	5	0	1	5	2
Jesús	0	2	0	0	0

Paso 7. Asignamos los ceros a la tabla inicial para hallar las asignaciones.

	Matemáticas	Inglés	Programación	Finanzas	Ficticio
Pedro	6	9	5	7	0
Juan	5	1	7	5	0
Pablo	2	6	9	9	0
Judas	2	9	7	3	0
Jesús	4	5	6	6	0

Tablas No 22 Pasos asignación por maximización

Entonces tenemos:

Las personas que se elegirán:

Mat – Pedro, Inglés – Judas, Program – Juan, Fin – Pablo, Fic – Jesús

6 + 9 + 7 + 9 + 0 = 31

DICCIONARIO

ASIGNAR: Señalar o destinar lo que le corresponde a algo; persona o cosa.

MINIMIZAR: Disminuir o reducir al mínimo la importancia o el valor de algo.

MAXIMIZAR: Llegar al máximo o al límite de lo que puede alcanzar algo.

SATURAR: Llenar completamente.

COSTO: Valor monetario que se le da a algo.

COLUM/FIL FICTICIA: Invención de una fila o columna imaginaria cuyo valor es 0 (cero).

TALLER

3. La constructora Briñez CIA. Cuenta con cuatro contratistas 1, 2, 3, 4; los cuales se proponen construir cuatro oficinas para una empresa de telefonía móvil, cada contratista a propuesto para la construcción de las oficinas la siguiente cotización.

Determinar que oficina hará cada contratista para lograr un costo mínimo en la construcción de cada oficina.

	1	2	3	4	
A	48	48	50	44	
B	56	60	60	68	
C	96	94	90	85	
D	42	44	54	46	

Tabla No 23 Asignación problema 1

4. En el aeropuerto el dorado existen cuatro aerolíneas con diferentes horas de vuelo para cinco diferentes destinos en todo el mundo. Se pide a cada aerolínea el menor tiempo de llegada para cada uno de los destinos.

	PARIS	KOREA	LONDRES	EGIPTO	MOSCU
AVIANCA	17	21	14	15	20
AIRLINES	18	23	9	17	26
INTER	16	20	12	16	23
IBERIA	17	19	11	14	24

Tabla No 24 Asignación problema 2

5. En un hospital el jefe de personal tiene la tarea de ocupar 4 vacantes para medicina general, se han presentado 5 médicos de acuerdo a la tabla presentada a continuación donde se han consignado los puntajes de la entrevista y hoja de vida. Cuales serán los seleccionados para ocupar los cargos.

	1	2	3	4	
Medico1	8	3	1	2	
Medico2	9	6	7	6	
Medico3	7	3	9	8	
Medico4	2	4	6	5	
Medico5	7	6	3	4	

Tabla No 25 Asignación problema 3

4. Un administrador enfrenta el problema de asignar cuatro nuevos métodos a tres medios de producción. La asignación de nuevos métodos aumenta las ganancias según las cantidades mostradas en la siguiente tabla. Determinar la asignación óptima si solo puede asignarse un método a un medio de producción.

Tabla No.26 (Método de Producción)

LOCALIDAD	1	2	3
A	12	9	13.5
B	10	11	12.5
C	11.5	10	10
D	13	12	10.5

5. Una compañía constructora tiene cinco palas mecánicas en diferentes localidades y requiere una pala en tres diferentes sitios de construcción. Determinar el programa óptimo de transporte, para los costos de transporte indicados en la tabla.

Tabla No.27 (Sitio de Construcción)

LOCALIDAD	A	B	C
1	$2	$3	$4
2	$7	$6	$4
3	$3	$5	$8
4	$4	$6	$5
5	$4	$6	$3

6. En el terreno de una universidad, cuatro contratistas diferentes 1, 2, 3 y 4 se proponen construir cuatro edificios diferentes A, B, C y D. Debido a que los contratistas contribuyen generosamente al fondo de los alumnos, cada uno construirá uno de los cuatro edificios. Cada uno de los contratistas ha remitido propuestas para la construcción de los cuatro edificios. En la tabla se muestran las propuestas.

El problema consiste en determinar que edificio debe adjudicarse a cada contratista, para lograr un mínimo costo de construcción de los cuatro edificios.

Tabla No. 28 (Contratista)

EDIFICIO	1	2	3	4
A	48	42	60	34
B	36	65	50	78
C	76	93	80	95
D	54	74	64	66

CAPÍTULO 5

CPM – PERT

INTRODUCCION

Los proyectos han existido desde tiempo atrás pero sólo desde hace poco se han analizado por parte de los investigadores operacionales los problemas esenciales asociados con dichos proyectos.

El PERT (Evaluación de Programa y Técnica de Revisión) fue desarrollado por científicos de la Oficina Naval de Proyectos Especiales (1957). Booz, Allen y Hamilton y la división de sistemas de la Armamentos de la corporación Lockheed Aircraft. La técnica demostró tanta utilidad que ha ganado amplia aceptación ante el gobierno como en el Sector Privado.

Casi al mismo tiempo, la compañía DuPont, junto con la división Univac de la Remington Rand, desarrolló el método de la Ruta Crítica (CPM) para controlar el mantenimiento de proyectos de plantas químicas de DuPont. El CPM es idéntico al PERT en concepto y metodología. La diferencia principal entre ellos es simplemente el método por medio del cual se realizan estimados de tiempo para actividades del proyecto. Con CPM, los tiempos de las actividades son determinísticos. Con PERT los tiempos de las actividades son probabilísticas o estocástico/CPM también considera los recursos necesarios para completar las actividades. En muchos proyectos, las limitaciones en mano de obra y equipos hacen que la programación sea difícil. El PERT/CPM identifica los instantes del proyecto en que estas restricciones causarán problemas de acuerdo a la

flexibilidad permitida por los tiempos de holgura de las actividades no críticas, permite que el gerente manipule ciertas actividades para aliviar estos problemas.

Finalmente, el PERT/CPM proporciona una herramienta para controlar y monitorear el progreso del proyecto. Cada actividad tiene su propio papel en éste y su importancia en la terminación del proyecto manifiesta inmediatamente para el director del mismo. Las actividades de la Ruta Crítica, permiten por consiguiente, recibir la mayor parte de la atención, debido a que la terminación del proyecto, depende fuertemente de ellas. Las actividades no críticas manipularán y reemplazarán en respuesta a la disponibilidad de recursos.

OBJETIVOS

- Conocer las diferencias entre Método de Ruta Crítica (CPM) y la Técnica de Evaluación y Revisión de Proyectos (PERT).
- Realizar modelos de sistemas PERT – CPM.
- Formular y evaluar proyectos con base a tareas específicas para la realización del adecuado modelo.
- Conocer el manejo e implementación de una red de proyectos, teniendo en cuenta sus datos y el cálculo de su respectiva holgura.

LECCION 19: CONCEPTOS FUNDAMENTALES CPM-PERT

Dos son los orígenes del camino crítico: el método PERT (Program Evaluation an Review Techinique) desarrollada por la armada de los Estados Unidos de América, en1957, para controlar los tiempos de ejecución de las diversas

actividades integrantes de los proyectos espaciales, por la necesidad de terminar cada una de ellas dentro de los intervalos de tiempo. Fue utilizada originalmente

por e control de tiempos del proyecto Polaris ya actualmente se utiliza en todo el programa espacial.

El método CPM es crucial (Critical Path Meted), el segundo origen del método actual, fue desarrollado también en 1957 en los Estados Unidos de América, por un Centro de Investigación de Operaciones para la firma DuPont y Remington Rand, buscando el control y la optimización de los costos de operación mediante la planeación adecuada de las actividades componentes del proyecto.

Ambos métodos aportaron los elementos administrativos necesarios para formar el método del camino crítico actual, utilizando el control de los tiempos de ejecución y los términos de ejecución y los costos de operación, para buscar que el proyecto total sea ejecutado en el menor tiempo y al menor costo posible.

DEFINICION GENERAL: El método de camino crítico es un proceso administrativo de Planeación, Programación, Ejecución y Control de todas y cada una de las entidades componentes de un proyecto que ha de desarrollarse dentro de un tiempo crítico y costo óptimo.

LECCION 20: DIAGRAMA RED

Es una red de círculo (nodo) numerada y conectada con flechas, dónde se muestran todas las actividades que intervienen en un determinado proyecto y la relación de prioridad entre las relaciones.

Actividad de Tiempo Real (Rama)

Actividad Ficticia

Nodo

TERMINOS CLAVES

ACTIVIDAD: Es un trabajo que se debe llevar a cabo como parte de un proyecto, es simbolizado mediante una rama de la red de PERT.

LISTA DE ACTIVIDADES: Es una lista cuidadosa y ordenada donde se recopila todas las diferentes actividades que intervienen en la realización de un proyecto.

EVENTO: Se dice que se realiza un evento, cuando todas las actividades que llegan a un mismo nodo han sido terminadas.

NODO: Son los círculos numerados que forman parte del diagrama de red y significan las actividades en el proyecto.

RUTA CRITICA O CAMINO CRITICO: Camino es una secuencia de actividades conectadas, que conduce del principio del proyecto al final del mismo, por lo que aquel camino que requiera el mayor trabajo, es decir el camino mas largo dentro de la red, viene siendo la ruta critica o el camino critico de la red viene siendo la ruta critica o el camino critico de la red del proyecto.

ACTIVIDAD FICTICIA: Actividades imaginarias que existen dentro del diagrama de red, solo con el propósito de establecer las relaciones de precedencia y no se les asigna tiempo alguno, es decir, que la actividad ficticia permite dibujar redes

con las relaciones de precedencia apropiadas, se representa por medio de una línea punteada.

HOLGURA: Es el tiempo libre en la red, es decir la cantidad de tiempo que puede demorar una actividad sin afectar la fecha de determinación del proyecto total (H).

TIEMPO OPTIMISTA: Es el tiempo mínimo o más corto posible en el cual es probable que sea terminada una actividad si todo marcha a la perfección, utilizado en el PERT y simbolizado con To.

TIEMPO MAS PROBABLE: Es el tiempo que esta actividad sea probable que tome si se repite una y otra vez, en otras palabras, es el tiempo normal que se necesita en circunstancias ordinarias, utilizado en el PERT y simbolizado con Tmp.

TIEMPO PESIMISTA: Es el tiempo máximo o mas largo posible en el cual es probable sea terminada una actividad bajo las condiciones mas desfavorables, utilizado en el PERT y simbolizado con To.

TIEMPO ESTIMADO PARA UNA ACTIVIDAD: Es el tiempo calculado en el PERT usando el promedio ponderado Te.

$$Te: \frac{To+4(Tmp)+Tp}{6}$$

LETRAS: Identificar las rutas y las actividades

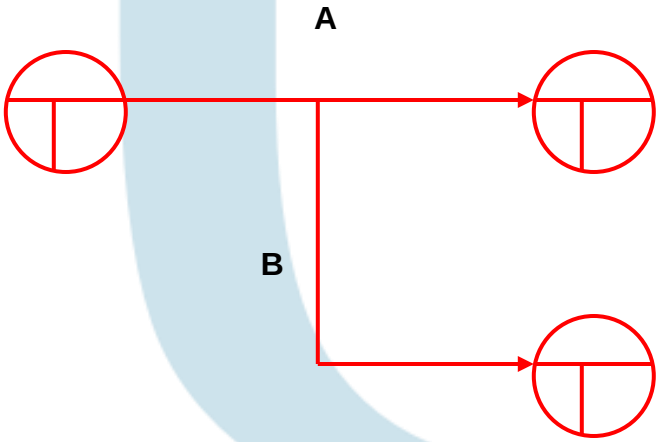
NUMEROS: Sirven para facilitar la localización de las actividades reales y se asigna a todos los nodos.

LECCION 21: REQUISITOS PARA LA CONSTRUCCION DE UNA RED CPM-PERT

1. Nunca dos o más actividades debe partir en el mismo nodo y terminar en el mismo nodo.
2. Toda actividad que se representa debe tener un nodo al comienzo y al final.
3. Se debe saber donde se inicia y donde se termina la actividad.
4. Todo proyecto debe iniciar y terminar exclusivamente en un nodo.
5. Nunca se pinta un nodo hasta no definir primero las actividades que salen de el.

LECCION 22: REPRESENTACION GRAFICA

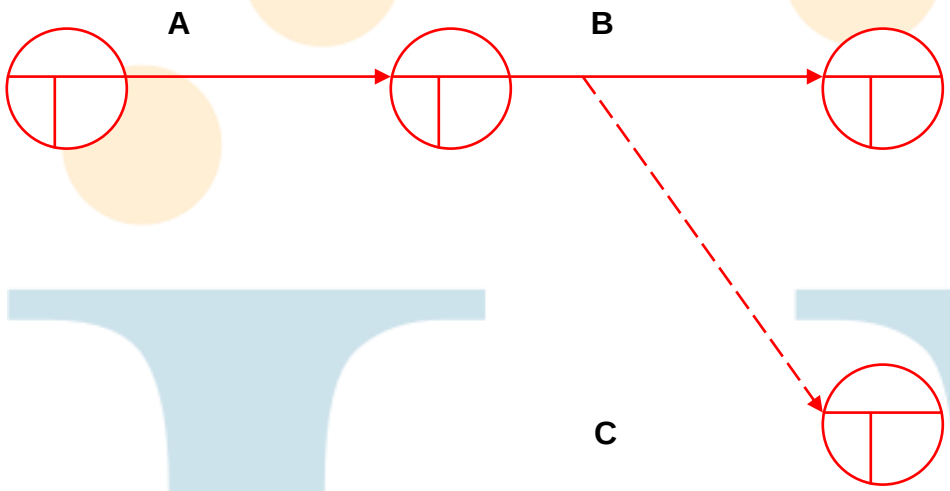
6. Las actividades deben ser rectas y siempre hacia delante, sin líneas quebradas



Grafica No.4 Representación grafica PERT forma incorrecta (a)

No es correcto

Nunca una actividad debe partir de otra, debe partir de un nodo.



Grafica No.5 Representación grafica PERT forma incorrecta (b)

LO CORRECTO ES:

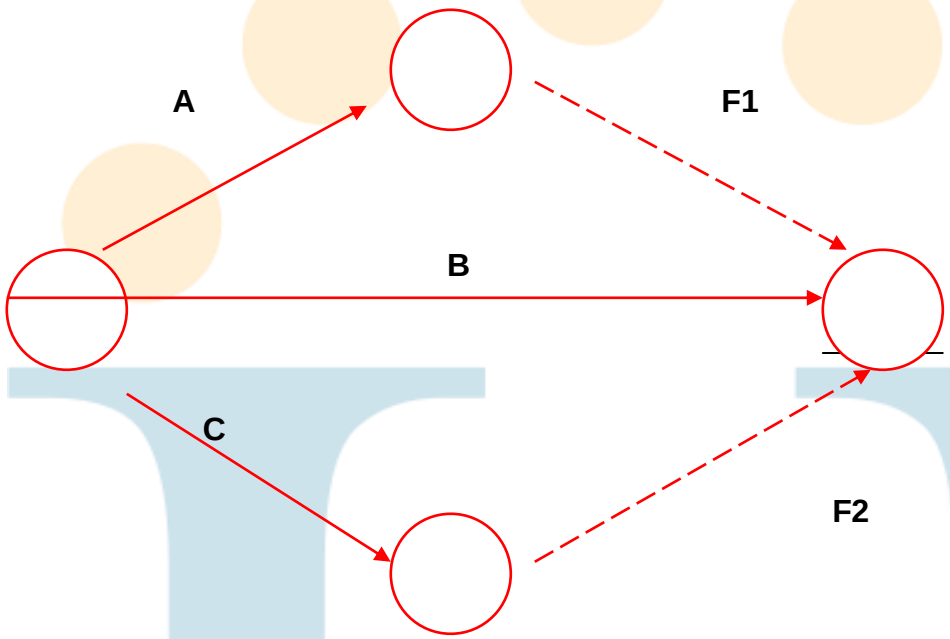
En el diagrama de red cada actividad debe empezar en el nodo en que termina es predecesor inmediato.

7. No puede salir varias actividades de un nodo, pero nunca deben llegar a un solo nodo.

No se puede hacer

Grafica No.6 Representación grafica PERT forma incorrecta (c)

Lo correcto es



Grafica No.7 Representación grafica PERT forma correcta

Nunca dos o más actividades salen de un mismo nodo y terminan en un mismo nodo, hay que separarlas creando actividades ficticias en el inicio o fin.

La razón es que las actividades tienen diferentes recursos y como tal deben ser analizadas por separado. Al no hacerlo la actividad mayor funde las otras.

LECCION 23: PASOS PARA LA CONSTRUCCION DE UNA RED CPM – PERT

1. Definir el proyecto y sus respectivas actividades.
2. Desarrollar las relaciones entre las actividades. Decidir que relaciones no dependen de nadie y cuales preceden de otras.
3. Dibujar la red (grafo) que contienen las actividades.
4. Asignar el tiempo estimado que corresponda a cada actividad.
5. Calcular el camino crítico o ruta critica del proyecto.

EJEMPLOS

CONSTRUYA:

1.

ACTIVIDAD	PRECEDENCIA
A	---
B	---
C	A
D	A
E	B
F	B
G	D, E
H	D, E
I	F
J	C, G
K	H, J

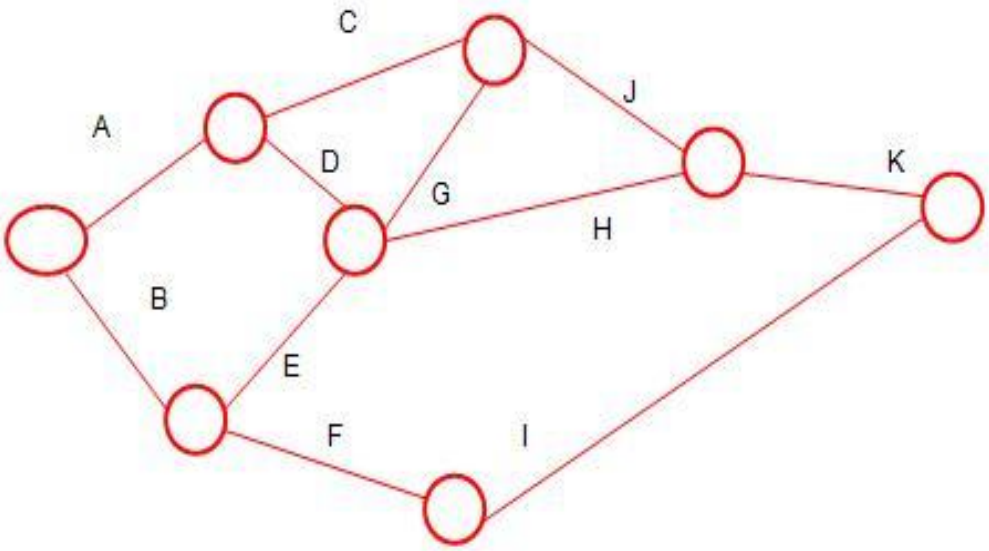


Tabla No. 29 y Grafica No. 8 Ejemplo 1. Pert

2.

ACTIVIDAD	PRECEDENCIA
A	---
B	A
C	---
D	---
E	C
F	E, G
G	C
H	D
I	E, G
J	B, F
K	H, I

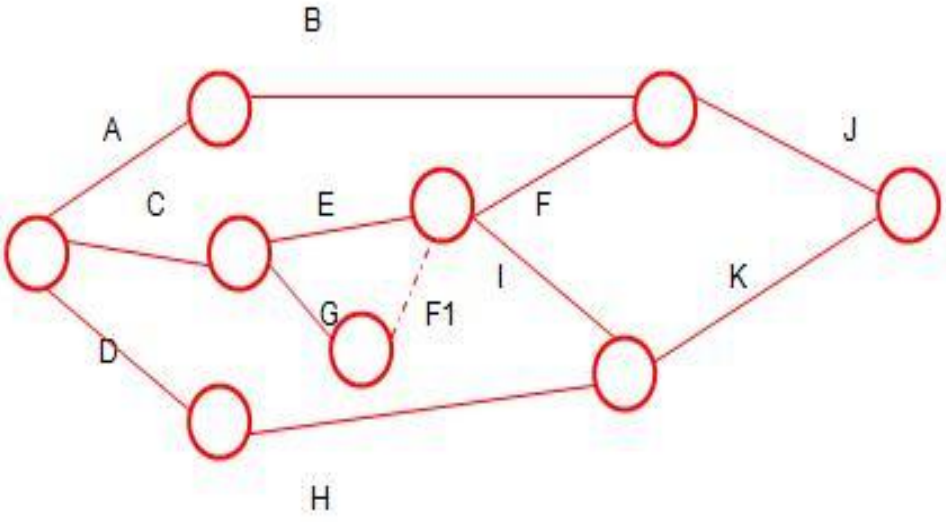


Tabla No. 30 y Gráfica No. 9 Ejemplo 2 PERT

LECCION 24: HOLGURA

Se define como la cantidad de tiempo que puede demorar una actividad la flecha de conclusión total del proyecto.

Para hallar la ruta critica la determinamos por holguras, para cada actividad H= (TRT-TTI)-C.

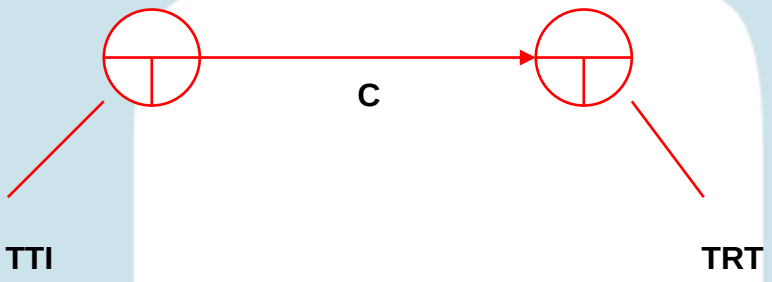


Grafico No. 10 Holgura

La holgura nos sirve para saber que tanto tiempo se puede aplazar la actividad sin que afecte la duración total del proyecto. A cada actividad del proyecto se le debe calcular su respectiva holgura.

Las actividades criticas tienen holgura O y como tal no se pueden aplazar porque así mismo afecta la duración del proyecto.

Tiempo Estimado

ACTIVIDAD	PRECEDENCIA	TIEMPO ESTIMADO(Te)
A	---	2
B	A	4
C	---	5
D	---	1
E	C	3
F	E, G	6
G	C	11
H	D	7
I	E, G	10
J	B, F	8
K	H, I	9

LECCION 25: EJEMPLO

Construya la red y halle el tiempo estimado, la holgura, y señale el camino critico (Tenga en cuenta la formula de Te).

ACTIVIDAD	PRECEDENCIA	To	Tmp	Tp	Te	H
A	---	1	4	6	4	0
B	A	1	2	3	2	5
C	A	1	1	2	1	0
D	A	2	3	5	3	0
E	B	1	1	1	1	0
F	C	2	4	8	4	0
G	D	1	2	4	2	0
H	F, G	1	3	5	3	0
I	E, H	10	15	18	15	0

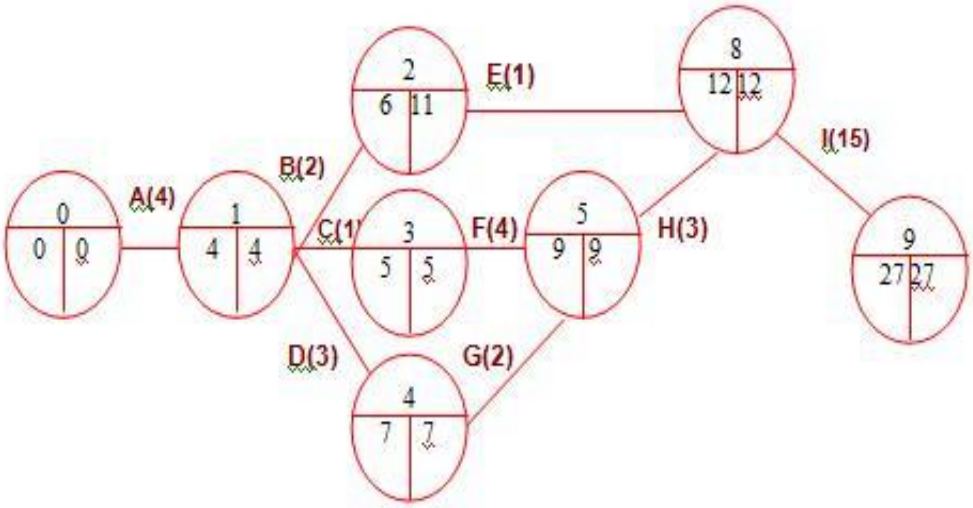


Tabla No. 31 y Grafica No 11 Tiempo estimado y Holgura

Encontramos dos rutas o caminos críticos:

Ruta 1: A – C – F – H – I

Ruta 2: A – D – G – H – I

TALLER

8. Halle la holgura de esta red CPM – PERT:

ACTIVIDAD	PRECEDENCIA	TIEMPO ESTIMADO	HOLGURA
A	---	2	
B	---	3	
C	---	5	
D	A,B	8	
E	A	4	
F	D	1	
G	F	6	
H	G,H	7	

Tabla No. 32 Ejercicio 1 Taller

2 Don Pedro desea solicitar un crédito en una entidad cooperativa. Quiere saber el tiempo máximo para su aprobación y giro teniendo en cuenta la siguiente información utilice el método PERT.

DESCRIPCION	TIEMPO EN DIAS				
	To	Tmp	Tp	Te	HOLGURAS
A. Estudio comité de crédito	3	5	10		
B. Giro cheque al cliente	4	5	8		
C. C Traslado crédito a contabilidad	2	4	6		
D. D Llegada a cooperativa	1	5	3		
E. E Aprobación de crédito	5	8	15		
F. F Traslado crédito a tesorería	1	2	4		
G. Atención por parte del jefe de crédito para revisión	1	3	5		
H. Aprobación presupuestal	1	3	5		
I. Atención secretaria recepcionista	1	1	2		

Tabla No. 33 Ejercicio 2 Taller

Se Pide:

1. Ordenar tabla lógicamente con precedencias.
2. Diseñar gráfico del proyecto.
3. Calcular tiempo estimado.
4. Determinar la holgura.
5. Establecer ruta crítica.

9. Compare la columna A con la columna B, e identifique correctamente la definición de cada concepto uniéndolas con una flecha.

ACTIVIDAD	- REPRESENTA EL INICIO Y EL FIN DE CADA ACTIVIDAD.
Te	- ACCION O LABOR QUE SE EJECUTA EN UN LAPSO DE TIEMPO.
NODO	- TIEMPO PESIMISTA.
To	-ES EL CAMINO QUE VA DESDE EL INICIO HASTA EL FINAL DE LA RED.
HOGURA	-TIEMPO MAS PROBABLE.

Tp -TIEMPO ESTIMADO.

RUTA CRITICA - TIEMPO OPTIMO.

Tmp - ES LA CANTIDAD DE TIEMPO QUE PUEDE DEMORAR UNA ACTIVIDAD (MÁS CORTO).

10. Construya la respectiva red.

ACTIVIDAD	PRECEDENCIA
A	---
B	---
C	---
D	A
E	B
F	C
G	C
H	D, E
I	D, E
J	G
K	H
L	I, F
M	J
N	K, L

Tabla No. 34 Ejercicio 4 Taller

5. Construya el gráfico de acuerdo a la siguiente tabla.

ACTIVIDAD	PRECEDENCIA
A	---
B	---
C	---
D	---
E	B
F	C
G	E
H	B
I	H
J	G
K	F
L	D
M	L
N	K
O	H
P	A, O, I

Tabla No. 35 Ejercicio 5 Taller

6 Encontrar la ruta critica de acuerdo al siguiente ejercicio.

ACTIVIDAD	PRECEDENCIA	To	Tmp	Tp	Te	HOLGURA
A	---	1	4	6		
B	A	1	2	3		
C	A	1	1	2		
D	A	2	3	5		
E	B	1	1	1		
F	C	2	4	8		
G	D	1	2	4		
H	F, G	1	3	5		
I	E, H	10	15	18		

Tabla No. 36 Ejercicio 6 Taller

AUTOEVALUACION

1. La firma PUYANA Y GOMEZ constructores, requiere las siguientes actividades para llevar a cabo la construcción de un centro comercial para la ciudad de Medellín, para lo cual se relacionan los siguientes datos:

ACTIVIDAD	DESCRIPCION	PRECEDENCIA	To	Tmp	Tp	Te	HOLGURA
A	Terminación obra negra	---	5	3	5		
B	Levantamiento de estructura	---	7	3	6		
C	Excavación	B	3	2	5		
D	Vaciado de las bases	A	4	4	8		
E	Instalación de las ventanas	D	6	3	9		
F	Colocación del bloque de cimientos	E, C	5	3	6		
G	Terminación de trabajos no calificados	F	7	5	8		
H	Instalación del piso principal	G	9	6	7		
I	Levantamiento estructura	C	2	5	4		
J	Asegurar el revestimiento exterior	F	8	4	5		

Tabla No. 37 Autoevaluación Pert-Cpm ejercicio 1.

2. La Universidad del Cauca, ha decidido instalar aire acondicionado a todas sus aulas, el consejo directivo estima que la universidad no puede gastar demasiado tiempo en dicho proyecto, por tal razón loa alumnos de V semestre de ingeniería de sistemas aseguran que las reformas realizadas a la planta de la universidad estarán normalmente a tiempo.

Con la información dada hallar:

- Diseño de la red
- Tiempos estimados
- Holgura
- Ruta critica

ACTIVIDAD	PRECEDENCIA	To	Tmp	Tp	HOLGURA
A	---	2	3	4	
B	---	3	4	5	
C	A	2	3	4	
D	B	4	5	7	
E	C	4	5	8	
F	C	3	6	9	
G	D	4	7	10	
H	E, F, G	2	4	5	

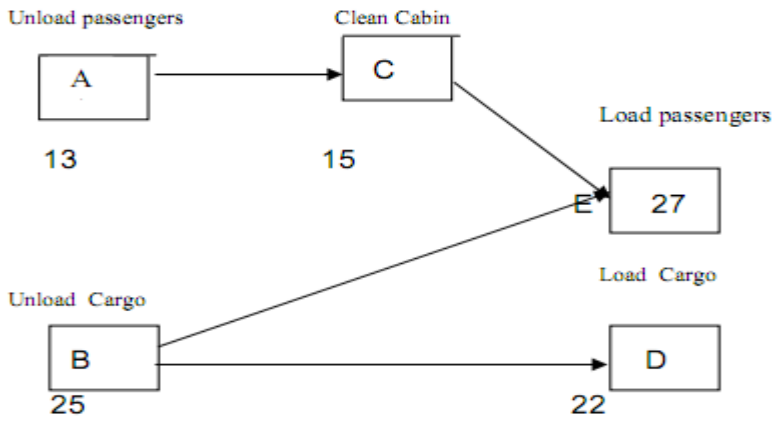
Tabla No. 38 Autoevaluación Pert-Cpm ejercicio 2

LECTURA AUTOREGULADA

PREPARACIÓN PARA LA SALIDA

(Tomada del Libro de Marthur-Solow)

¿De qué manera las aerolíneas manejan la tarea de tener listas sus aeronaves para ser abordadas por Los pasajeros? B**ill** Rodenhizer, de la ahora extinta Western Airlines, explica las tareas básicas implicadas en la preparación de las aeronaves comerciales que Llagan a Boston y cuyo siguiente despegue se realizará en los siguientes 45 a 60 minutos. EL siguiente diagrama simplificado muestra los tareas que se deben hacer dentro y fuera del aeroplano, junto con el tiempo que toma su realización.



Grafica No 12 Distribución de tareas-caso Aeroplano

La gráfica muestra que ciertas tareas deben hacerse primero. Es decir, la gráfica indica relaciones de precedencia. En un ejemplo obvio, Los pasajeros que llegan deben desalojar la nave y eL interior ser limpiado antes de que puedan abordar los nuevos pasajeros. Del mismo modo, la carga anterior debe ser descargada para tener espacio para la carga del siguiente vuelo. Las restricciones del modelo se definen mediante el mantenimiento de las relaciones de procedencia requeridas y llevando a cabo todas las tareas en los tiempos fijados.

La trayectoria crítica es la secuencia de tareas más larga (en términos de tiempo), y el tiempo que lleva terminar esta secuencia es el tiempo de terminación más temprano para todo el proyecto. De Las tres trayectorias del sistema A-C-E (55 minutos), B-E(52 minutos) y R-D (47 minutos), la más larga dura 55 minutos.

¿Puede la aerolínea utilizar el método de la ruta crítica (CPM) para ahorrar dinero? Regreso a La trayectoria y considere las implicaciones do acortar una tarea

En particular a lo largo de dicha trayectoria. Si la actividad A (desalojo de pasajeros) se reduce en seis minutos, efectivamente la trayectoria crítica se

acorta, pero solamente en tres minutos, no *en seis.* ¿Por qué? La trayectoria A-C--E ya no es crítica, ahora solo dura *48* minutos. La nueva trayectoria crítica es B-E, que todavía lleva 52 minutos para terminarla. ¿Debería, entonces, la aerolínea gastar el dinero necesario para acortar la trayectoria A-C-E en seis minutos? Reducir esta actividad no reducirá el tiempo necesario para terminar el proyecto entero tanto como *se* podría haber sospechado en un principio.

Un segundo ejemplo de una importante aplicación de CPM contempla las miles de actividades que se requieren para construir un edificio.

Loo contratistas utilizan CPM para estimar justamente cuánto tiempo tomará un proyecto y en consecuencia, desarrollar un programa de construcción.

PREGUNTAS SOBRE EL CASO

1. Dé dos razones realistas del porqué la carga anterior necesita ser descargada antes de que los nuevos pasajeros aborden la aeronave.
2. ¿Cuáles son algunas de las tareas principales que se deben hacer en la construcción de un edificio? ¿De qué manera pueden secuenciarse en un diagrama CPM?

MÁS ALLÁ DEL CASO

1. ¿De qué maneras se podrían acelerar algunas de las tareas en la preparación de una aeronave? ¿Cuales podrían ser los costos en la instrumentación, de sus sugerencias?
2. ¿Cómo se puede aplicar el CPM en la escritura de un artículo de investigación

o de un trabajo final para uno de sus cursos? ¿De qué manera le podría ayudar esta técnica?

CONSIDERACIONES PRÁCTICAS

1. Si hay miles de tareas que se deben realizar en la construcción de un edificio, ¿de qué manera CPM ayuda al gerente de proyectos a "administrar por excepción"?

2. ¿Qué probabilidad cree usted que tengan de ser exactos los tiempos dados para terminar las tareas para tener lista la aeronave? ¿Qué impacto podría tener una variación en el tiempo de tareas sobre el modelo CPM?

CAPITULO 4
PROGRAMACION DINAMICA

INTRODUCCIÓN

Con este estudio se pretende mostrar de una manera clara el concepto y desarrollo de la programación dinámica que es un procedimiento diseñado básicamente, para mejorar la eficiencia de calculo de la solución de ciertos problemas matemáticos, a través de su segundo miembro en problema de menor tamaño y, por consiguiente, más manejable. Sin embargo debemos destacar que el principio de optimizad ofrece una estructura bien definidas para resolver el problema en etapas.

El principio de optimizar se considera algunas veces demasiado poderoso para ser de utilidad en la práctica; pero aunque un problema se puede dividir adecuadamente en partes menores quizás aún no se pueda obtener una respuesta numérica, debido a la complejidad del proceso de optimización en cada etapa. No obstante, debemos señalar que a pesar de esta desventaja, la solución de muchos problemas se ha facilitado apreciablemente a través del uso de la programación dinámica**.**

LECCION 26: DEFINICIÓN: PROGRAMACIÓN DINAMICA

La programación es la técnica mas apropiada para resolver problemas que requieren decisiones internacionales, es decir, decisiones que deben tomar en forma secuencial y las cuales influyen en las decisiones futuras de esa secuencia. Los conceptos desarrollados por Richard Bellman permiten la optimización parcial de una parte de la secuencia y luego relacionan las unidades optimizadas con la siguiente en línea, hasta que toda la secuencia queda optimizada. Estos conceptos pueden aplicarse en los problemas que tienen las funciones continuas o en problemas en los cuales los valores enteros son prácticos. Como los últimos problemas son los mas fáciles de visualizar, la presentación se comienza en este punto.

Además es un enfoque a la optimización deseable en forma única para muchos problemas determinísticos o probabilísticas; varios modelos incluyen representaciones determinísticas y probabilísticas: el PERT-CPM es un enfoque para planear, programar y controlar los proyectos complejos que se pueden caracterizar como redes; los modelos heurísticos aplican reglas del pulgar a los problemas que sin esto no podrían ser resueltos de manera factible, eficaz y optima; los modelos de inventarios, tanto determinísticos como estocásticos, especifican políticas de inventarios que minimizan el costo esperado.

La programación dinámica divide el problema en un conjunto de problemas más pequeño y fácil de resolver y luego se reagrupa los resultados del análisis. Esto se denomina descomposición.

Para que un problema pueda ser resuelto con la técnica de programación dinámica, debe cumplir con ciertas **características:**

- Naturaleza secuencial de las decisiones: El problema puede ser dividido en etapas.
- Cada etapa tiene un número de estados asociados a ella.

- La decisión óptima de cada etapa depende solo del estado actual y no de las decisiones anteriores.
- La decisión tomada en una etapa determina cual será el estado de la etapa siguiente.

En síntesis, la política ´optima es de un estado s de la etapa k a la etapa final está constituida por una decisión que transforma s en un estado s0 de la etapa k +1 y por la política optima desde el estado So hasta la etapa final.

LECCION 27: PROGRAMACIÓN DINAMICA DETERMINISTICA

En la programación deterministica el estado en la siguiente etapa está Completamente determinado por el estado y la política de decisión de la etapa actual.

Manera de Clasificar los Problemas de Programación Dinámica:

Forma de la función objetiva. Minimizar la suma de las contribuciones en cada una de las etapas individuales, o maximizar esa suma, o bien minimizar el producto de los términos, etc.

Naturaleza del conjunto de estados en las respectivas etapas. Los estados si pueden estar representados por:

1- Una variable discreta
2- Una variable de estado Continua
3- O un vector de estado (mas de una variable)

Para resolver un problema de programación dinámica debemos al menos:

- Identificación de etapas, estados y variable de decisión:

- ✓ Cada etapa debe tener asociado una o mas decisiones (problema de 0ptimizacion), cuya dependencia de las decisiones anteriores esta dada exclusivamente por las variables de estado.
- ✓ Cada estado debe contener toda la información relevante para la toma de decisión asociada al período.
- ✓ Las variables de decisión son aquellas sobre las cuales debemos definir su valor de modo de optimizar el beneficio acumulado y modificar el estado de la proxima etapa.

- Descripción de ecuaciones de recurrencia: Nos deben indicar como se acumula la función de beneficios a optimizar (función objetivo) y como varían las funciones de estado de una etapa a otra.
- Resolución Debemos optimizar cada subproblema por etapas en función de los resultados de la resolución del subproblema siguiente. Notar que las para que las recurrencias estén bien definidas requerimos de condiciones de borde.

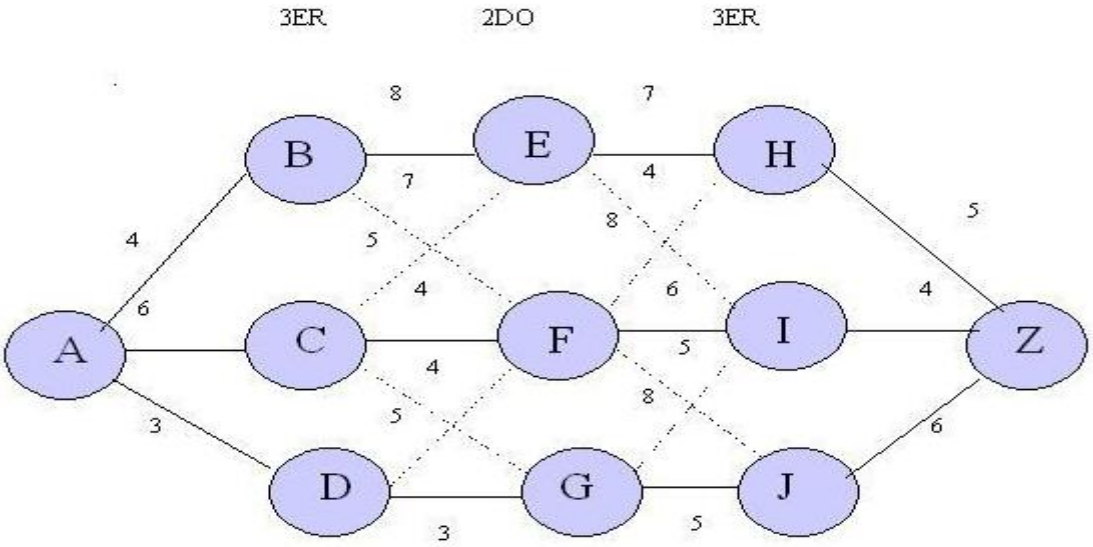
LECCION 28: EJEMPLO PROTOTIPO

“EL VIAJERO”

Se puede suponer que alguien debe viajar entre los puntos A y Z indicados en la red mostrada continuación

Puede seguirse cualquier trayectoria entre los puntos extremos, pero la distancia total recorrida debe minimizarse. En la red están anotadas las distancias entre puntos adyacentes.

La trayectoria entre A y Z consta de cuatros pasos, cada uno con una longitud asignada. Por tanto, el objetivo es minimizar la suma de los cuatros pasos seleccionados.



Grafica No. 13 Problema el viajero

ETAPA No. 1

DECISIONES	UNICAS TRAYECTORIAS DISPONIBLES
Z _____ H	5
Z _____ I	4
Z _____ J	6

Etapa N = 2

	DECISION	1 Distancia	2 Distancia	Distancia Total	DECISION OPTIMA
E	E → H	7	5	12	E: IR HASTA I
	E → I	4	4	8	
F	F → H	8	5	13	F: IR HASTA I
	F → I	6	4	10	
	F → J	5	6	11	
G	G → I	8	4	12	G: IR HASTA J
	G → J	5	6	11	

TRAYECTORIA OPTIMAL		
Etapa de Decisión (N = 2)	Decisión Optimal	Distancia Mínima Total hasta Z
E	I	4 + 4 = 8
F	I	6 + 4= 10
G	J	5 + 6 = 11

Etapa N = 3

	DECISION	1 Distancia	2 Distancia	Distancia Total	DECISION OPTIMA
E	B → E	8	8	16	B: IR HASTA E
	B → F	7	10	17	
F	C → E	5	8	13	C: IR HASTA E
	C → F	4	10	14	
	C → G	4	11	15	
G	D → F	5	10	15	D: IR HASTA G
	D → G	3	11	14	

TRAYECTORIA OPTIMAL		
Etapa de Decisión (N = 3)	Decisión Optimal	Distancia Mínima Total hasta Z
B	E	8 + 8 = 16
C	E	5 + 8= 13
D	G	3 + 11 = 14

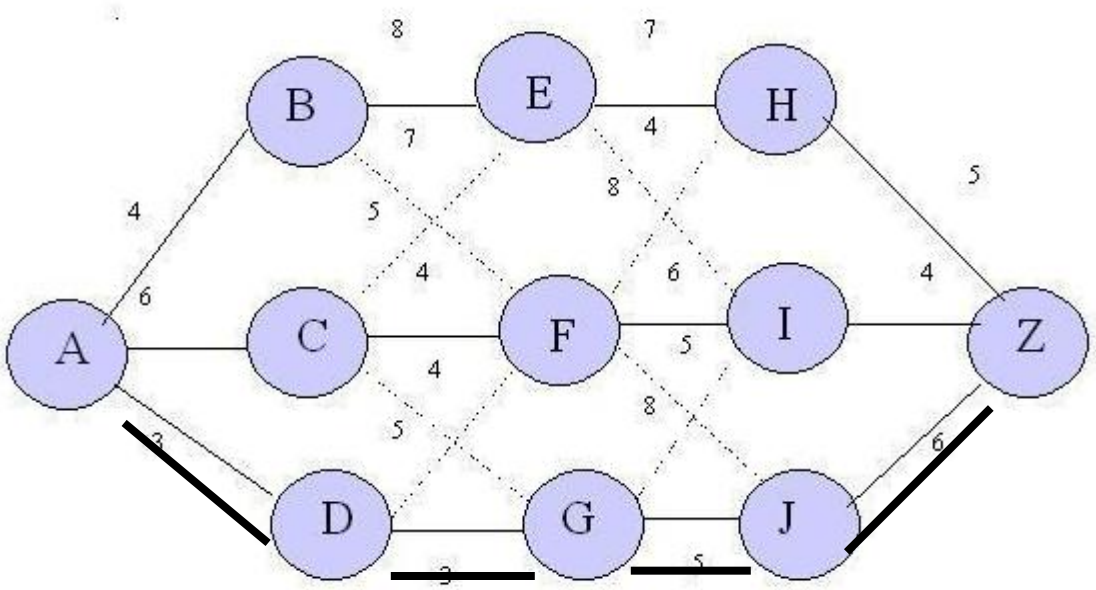
Etapa N = 4

	DECISION	1 Distancia	2 Distancia	Distancia Total	DECISION OPTIMA
A	A → B	4	16	20	A: IR HASTA D
	A → C	6	13	19	
	A → D	3	14	17	

TRAYECTORIA OPTIMAL		
Etapa de Decisión (N = 4)	Decisión Optimal	Distancia Mínima Total hasta Z
A	D	3 + 14 = 17

Tabla No. 39 Fases desarrollo Ejemplo El viajero

MINIMA DISTANCIA TOTAL ENTREA A Y Z
ES IGUAL A 17UNIDADES
TRAYECTORIA: A- D- G- J-Z.



Grafica No 14 Trayectoria Ejemplo el viajero

En el problema de viajero que debe recorrer la menor distancia posible entre los puntos A y Z, indicados en la red mostrada en la exposición, se observa que se divide el problema en cuatro etapas o decisiones a tomar.

Se observa que las etapas de decisiones están numeradas en función del número de decisiones que faltan para completar el problema. Por tanto i= 2, significa que quien recorre la red, esta en un punto de la secuencia en la cual todavía se requiere tomar dos decisiones. Si llamamos 1i a la distancia del paso seleccionado y en el cual falta i decisiones, el objetivo del problema se puede expresar en notación matemática, así:

$$\text{Distancia Total} = 1^1 + 1^2 + 1^3 + 1^4 = \sum_{I-1}^{I-4} 1$$

Lo que complica el problema es que cada decisión influye en todas las decisiones futuras.

En el punto H de la red, solo una decisión disponible: ir directamente hasta Z recorriendo una distancia de 5 unidades. En la misma forma desde I y J las distancias son 4 y 6 unidades respectivamente. Puesto que estas son las únicas trayectorias disponibles, representan un mínimo. Sin embargo, en el punto E, hay decisiones disponibles ir hasta I

La distancia total entre E y Z tienen dos componentes:

1. la distancia resultante de la decisión inmediata tomada en ese momento.
2. la misma distancia resultante de todas las decisiones futuras requeridas para ir hasta Z.

Pueden suponerse que uno esta en E y toma la decisión de ir hasta H. La distancia total entre E y Z que resulta de esta decisión es 7 + 5 = 12 unidades. Similarmente la decisión E ⟶ I da una distancia total de 4+4 = 8 unidades. Como 8<2 la decisión optima es E es ir hasta I recorriendo una distancia total de 8 unidades.

En una forma similar se comparan las decisiones de las tres alternativas disponibles en el punto F.

Así la decisión óptima en F es ir hasta HI, recorriendo una distancia total de 10 unidades.

Desde G la decisión óptima es ir a J, recorriendo una distancia 11 unidades.

Si conocemos lo que sucedió anteriormente, podemos optimizar las decisiones futuras ya que nos encontramos cerca del extremo. Continuando este mismo proceso podemos retroceder toda la trayectoria hasta llegar al comienzo, tomando decisiones optimas a medida que avanzamos.

Si estamos en B, la distancia total hasta Z es el resultado de la decisión inmediata mas la distancia mínima resultante de todas las decisiones futuras.

Si estamos en B, las posibles decisiones son B $\longrightarrow$ E y B $\longrightarrow$ F

Desde B, la distancia total hasta Z es el resultado de la decisión inmediata mas la distancia mínima resultante de todas las decisiones futuras.

B $\longrightarrow$ E = 8 + 7 = 15 total.

Una vez que decidimos ir hasta E, conocemos de cálculos anteriores que la distancia mínima entre E y Z es 7 unidades.

B $\longrightarrow$ F = 7 + 10 = 17 unidades, así estas dos posibles decisiones, $\longrightarrow$ B E da la distancia mínima de 15 unidades. En forma similar se evalúan las posibles decisiones en C y D, la distancia mínima se escribe en negrilla.

Finalmente en la cuarta etapa de decisión en A y evaluamos las tres decisiones factibles. Se concluye que la mínima distancia total entre A y Z es 15 unidades y la y la trayectoria seguida es A-D-G-J-Z

Así pues se cumple con el concepto básico de la programación dinámica, es decir, se divide un problema en etapas y se optimiza en la etapa correspondiente cualquier condición dada.

En el problema del viajero, la salida retorno de cualquier etapa depende de las decisiones anteriores, esto es, de las condiciones de entrada para esa etapa y alguna función.

Matemáticamente se puede expresar como:

R_i F (di, Si)

Esto significa que el resultado inmediato Ri de una decisión en di – exima etapa depende de las condiciones Si que prevalecen en este instante y de la decisión di tomado en ese instante.

El ejemplo del inversionista expliado en la exposición, puede también expresarse como problemas de programación dinámica en la cual la decisión con respecto a la cantidad para invertir en cada riesgo se observa como una etapa N= 3.

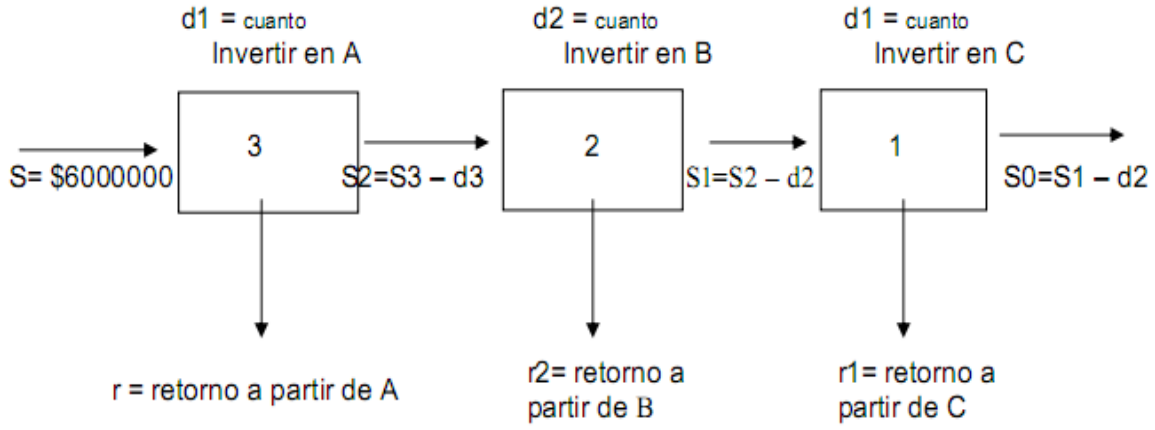
LECCION 29: EL INVERSIONISTA

Un inversionista tiene $6.000.000.oo de pesos para invertir en una de tres riesgos. El debe invertir en unidades de $1.000.000.oo de pesos, El retorno potencial a partir de la inversión en cualquier riesgo depende de la cantidad invertida, de acuerdo a la siguiente tabla.

CANTIDAD INVERTIDA	RETORNO A PARTIR DEL RIESGO		
	A	B	C
0	0	0	0
1	0,5	1,5	1,2
2	1,0	2,0	2,4
3	3,0	2,2	2,5
4	3,1	2,3	2,6
5	3,2	2,4	2,7
6	3,3	2,5	2,8

Tabla No. 40 Ejemplo Inversionista

PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA DEL INVERSIONISTA COMO PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN DINAMICA



Grafica No. 15 El inversionista

La decisión con respecto a la cantidad para invertir en cada riesgo se observa como una etapa.

N = 3

Etapa n = 3

El inversionista tiene inicialmente $6.000.000.00 de pesos toma d_3 con respecto a la cantidad que tiene que invertir en A.

$S_2 = S_2 - d_3$

$S_2 = 6000000 - d$ } para invertir en B y C

Etapa n = 2

$S_1 = S_2 - d_2 \longrightarrow$ para invertir en C

SOLUCIONES DEL PROBLEMA DEL INVERSIONISTA

CONDICIONES DE ENTRADA S_1	POSIBLES ECISIONES d_1 ETAPA 1							
DINERO QUE QUEDA PARA INVERTIR	0	1	2	3	4	5	6	n*
0	0	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0
1	0	**1.2**	NF	NF	NF	NF	NF	1.2
2	0	1.2	**2.4**	NF	NF	NF	NF	2.4
3	0	1.2	2.4	**2.5**	NF	NF	NF	2.5
4	0	1.2	2.4	2.5	**2.6**	NF	NF	2.6
5	0	1.2	2.4	2.5	2.6	**2.7**	NF	2.7
6	0	1.2	2.4	2.5	2.6	2.7	**2.8**	2.8

Tabla No. 41 Etapa 1 El inversionista

N* O resultado optimal par las condiciones de entrada Si.

La respuesta en negrilla cursiva d^*_1 la decisión optimal para esa condiciones de entrada

Si*.

NF = no es factible

Etapa N= 2

S_2 intervalo entre 0 y 6000000

En el calculo del retorno a partir de una decisión d_2, el retorno r_2 a partir de la etapa 2 se suma al mejor retorno disponible a partir de la etapa 1.

$F_1 = r_2 + r^*_2$

N= 2

S	d2							
0	0	1	2	3	4	5	6	V i*
0	-	-	-	-	-	-	-	0
1	0+1,2=1,2	1,5+0=1,5	-	-	-	-	-	1,5
2	0+2,4=2,4	1,5+1,2=2,7	2,0+0=2,0	-	-	-	-	2,7
3	0+2,5=2,5	1,5+2,5=3,9	2,0+1,2=3.2	2,2+0=2,2	-	-	-	3,9
4	0 +2,6=2,6	1,5+1,2=4,7	2,0+2,4=4,6	2,3+1,2=3,5	2,3+0=2,3	-	-	4,4
5	0 +2,7=2,7	1,5+2,6=4,3	2,0+2,5=4,5	2,2+2,4=4,6	2,3+1,2=3,4	2,4+0=2,4	-	4,6
6	0 +2,8=2,8	1,5+2,7=4,2	2,0+2,6=4,6	2,2+2,5=4,7	2,3+2,4=4,7	2,4+1,2=3, 6	2,5	4,7

Etapa n = 3

S2	d2							
0	0	1	2	3	4	5	6	V i *
0	0+4,7=4,7	0,5+4,6=5,1	1,0+4,4=5,4	3,0+3,9=6,9	3,1+2,7=5,8	3,2+1,5=4,7	3,3+0=3,3	6,9

Tabla No. 42 Etapas 2 y 3 El inversionista

S3 = 6000000 cantidad de capital disponible.

Es condición de entrada debe ser evaluad en todo el intervalo de decisiones factibles.

La secuencia optimal de decisiones es d^*_3= 3 (quedando S_2 = \$6000000 - \$3000000= \$ 3000000).

S_2 = 3, d_3= 1 (quedando S_3 = \$3000000 - \$1000000 = \$2000000).

S_1 = 2, d^*_3 = 2.

Se visualiza el problema como una en cual el inversionista tiene inicialmente \$6000000 y toma la decisión d_3 con respecto a la cantidad que debe invertir en A. Como salida de esta etapa el tiene \$6000000 – d_3 para invertir en B y C. En la etapa 2, toma la decisión d_2 , la cual determina la cantidad que queda para invertir en C, S_1 = S_2 = d_2 . en este caso es evidente que todo el dinero restante debe estar invertido en C.

El problema se desarrolla mas fácilmente empleado el método tabular. Se construye una tabla con los resultados obtenidos a partir de todas las condiciones de entrada y decisiones posibles en cada etapa.

Para iniciar se comienza por el final, esto es, cuando sol falta tomar una decisión, n = 1.

Se observa que todos los valores posibles de las condiciones de entrada, los cuales pueden obtenerse a partir de decisiones anteriores, se han expuesto como una lista de filas.

Puede observarse que si solo se dispone de \$4000000, S_1 = 4, no es factible invertir \$500000 o \$6000000 en el riego C. La columna r^*_1 da el resultado optimal para esa condición de entrada.

Se regresa a la etapa anterior de manera que allí falta dos decisiones, n =2. en esta etapa las posibles condiciones de entrada están en el intervalo entre 0 y

$6000000. En el calculo de retorno total, a partir de una decisión d_2 , el retorno r_2 , a partir de la etapa 2 se suma la mejor retorno disponible a partir de la etapa I.

$F2 = r_2 + r^*_1$.

En la fila $S_0 = 4$, si se toma la decisión $d_2 = 2000000$, el retorno de la etapa 2 es $2000000.

La entrada a la etapa 1, S_2 obtenida por invertir $2000000 en B, es $4000000 - $2000000 = $2000000.

S1 = Si + 1 – di+1

Esto significa que el dinero disponible en la etapa i es la cantidad disponible en la etapa anterior menos la cantidad invertida en esa etapa. Observando la etapa 1, si se conoce que S1 = $2000000, entonces r*1 = $2400000.

El resultado total de la etapa 2 es la suma de estos valores

F2 = r2 + r*1.

Finalmente en la etapa 3(faltan tres decisiones) se conoce que la entrada S_3 = $6000000 ya que esta es la cantidad total de capital disponible.

Esta condición de entrada debe ser evaluada en el todo el intervalo de decisiones factibles.

Como resultado final se observa que la secuencia de decisiones ocasiona un retorno total de F*3 = $6900000.

Esta secuencia optimal de decisiones es $S^*_3=3$ (quedando S_2 = $6000000 - $3000000 = $3000000), y en $S_2 = 3$, (quedando S_1 = $6000000 - $3000000 = 3000000) y en $S_1 =2$, $d^*_3=2$.

LECCION 30: PROGRAMACIÓN DINAMICA PROBABILÍSTICA

SOLUCION DEL PROBLEMA DE "ARTICULOS DEFECTUOSOS"

FORMULACION

Una formulación para este problema de programación dinámica es:

Etapa n = corridas (n=1, 2,3).

Xn = tamaño del lote para la etapa n,

Estado S_4 = numero de producto aceptables por obtener (uno a cero) al iniciar la etapa n.

F*n (0) = 0 si se toma $100 como unidad monetaria, la contribución al costo de la etapa n al costo es (k + Xn) independiente del siguiente estado, donde

$$k = \begin{cases} 0, \text{ Si } Xn = 0 \\ 3, \text{ Si } Xn > 0 \end{cases}$$

N = 3

X3 S3	F3(1,X3)= K +X3 +16 (12)XN						P*3	X*3
0	0	1	2	3	4	5		
0	0						0	0
1	16	12	9	9	8	812	8	304

N = 2

X2 S2	F3(1,X2)= K +X2 +(12)X2 P*3(S3)						X*2
0	0	1	2	3	4	P*2	
0	0					0	0
1	8	8	7	7	712	7	203

N = 3

X1 S1	F1(1,X2)= K +X2 + (12)X1 F*2(S2)						P*1(S1)	X*1
0	0	1	2	3	4	5		
0	0						0	0
1	7	712	634	678	7116	7116	712	2

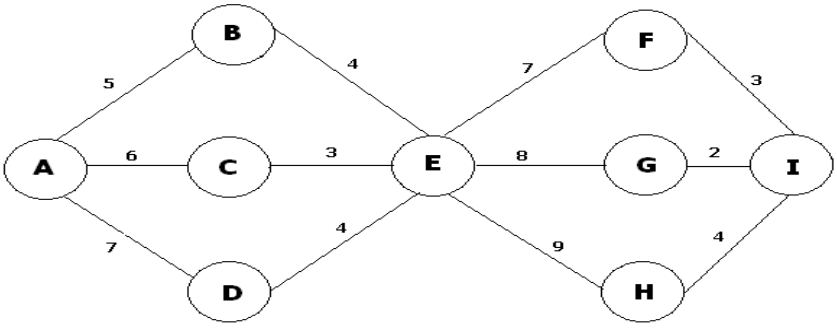
Tabla No. 43 Etapas Problema Artículos defectuosos

Entonces la política óptima es producir dos artículos en la primera corrida de producción; si ninguno es aceptable, se deberá producir dos o tres artículos en la segunda corrida; si ninguno es aceptable se tendrá que producir tres o cuatros artículos en la tercera corrida. El costo total esperado si se sigue esta política es $675.

EJEMPLOS DESARROLLADOS

PROBLEMA DEL VIAJERO:

1. Un agente viajero debe desplazarse a varias ciudades, donde cada ciudad la visita una sola vez antes de volver a la ciudad de origen. ¿Cuál es la ruta que debería seguir?



Grafica No. 16 Ejemplo 1 El viajero

Etapa 1

I	F	3
	G	2
	H	4

Etapa 2

E	F	7	3	10	E – G
	G	8	2	10	
	H	9	4	13	

Etapa 3

B	E	4	10	14	B – E
C	E	3	10	13	
D	E	4	10	14	

Etapa 4

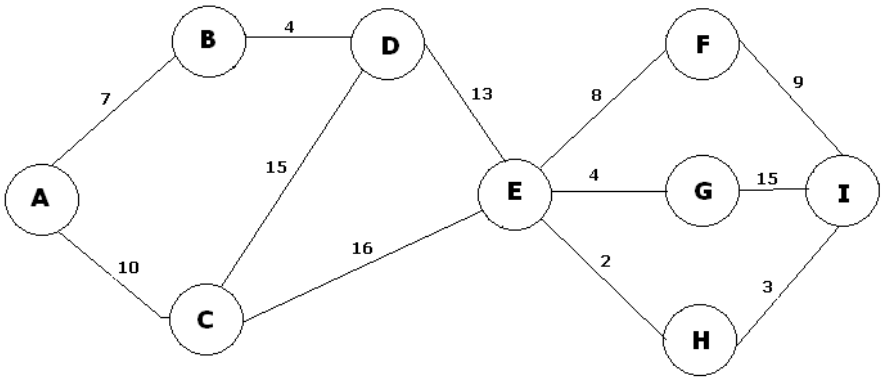
A	B	5	14	19	A – B
	C	6	13	19	
	D	7	14	21	

Rta. La Ruta Optima Mínima en este Viaje es entre las Ciudades A – B – E – G –I

Tabla No.44 Etapas Ejemplo 1 El viajero

El objetivo es minimizar la distancia total del recorrido.

2. Un agente viajero debe desplazarse a varias ciudades, donde cada ciudad la visita una sola vez antes de volver a la ciudad de origen. ¿Cuál es la ruta que debería seguir?



Grafica No.17 Ejemplo 2 El viajero

Etapa 1

I	F	9
	G	15
	H	3

Etapa 2

E	F	8	9	17	E – H
	G	4	15	19	
	H	2	3	5	

Etapa 3

D	E	13	5	18	D – E

Etapa 4

B	D	4	18	22	B – D
C	D	15	18	21	C – E
	E	16	18	33	

Etapa 5

A	B	7	22	29	A – B
	C	16	21	31	

Rta. La Ruta Optima Mínima en este Viaje es entre las Ciudades A – B – D – E – H – I

Tabla No.45 Etapas Ejemplo 2 El viajero

3. Un agente viajero debe desplazarse a varias ciudades, donde cada ciudad la visita una sola vez antes de volver a la ciudad de origen. ¿Cuál es la ruta que debería seguir?

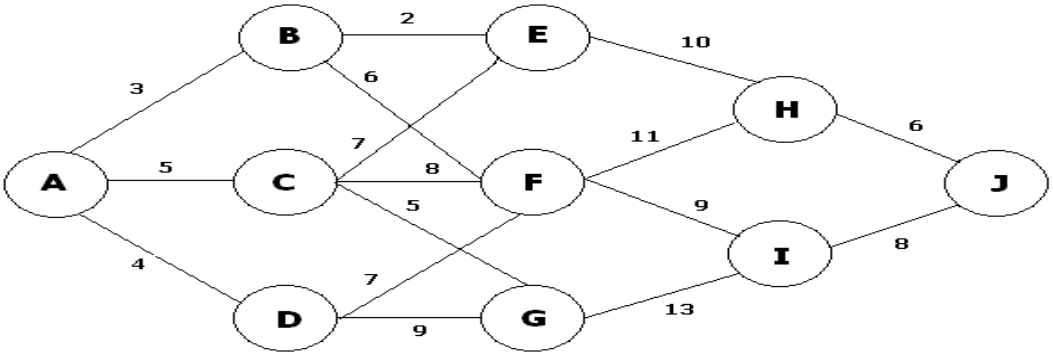


Grafico No. 18 Ejemplo 3 El viajero

Etapa 1

J	H	6
	I	8

Etapa 2

E	H	10	6	16	E – H
F	H	11	6	17	F – H
	I	9	8	17	F – I
G	I	13	8	21	G – I

Etapa 3

B	E	2	16	18	B – E
	F	6	17	23	
C	E	7	16	23	C – E
	F	8	17	25	
	G	5	21	26	
D	F	7	17	24	D – F
	G	9	21	30	

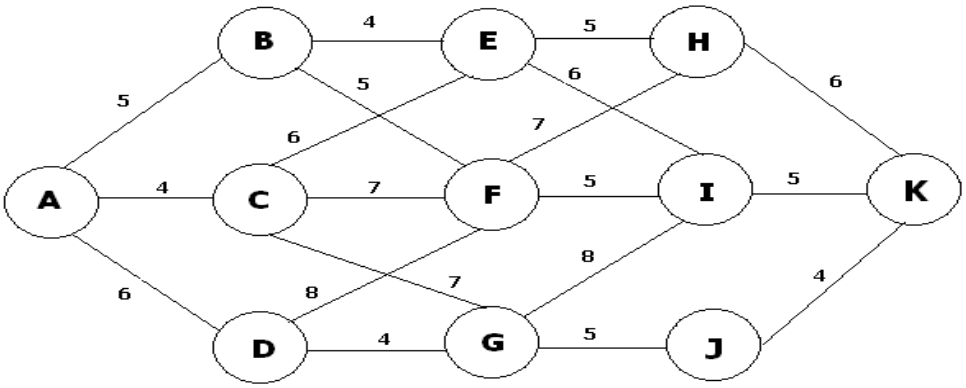
Etapa 4

A	B	3	18	21	A – B
	C	5	23	28	
	D	4	24	28	

Rta. La Ruta Optima Mínima en este Viaje es entre las Ciudades A – B – E – H – I

Tabla No. 46 etapas ejemplo 3 El viajero

4. Un agente viajero debe desplazarse a varias ciudades, donde cada ciudad la visita una sola vez antes de volver a la ciudad de origen. ¿Cuál es la ruta que debería seguir?



Grafica No 19 Ejemplo 4 El viajero

Etapa 1

K	H I J	6 5 4

Etapa 2

E	H I	5 6	6 5	11 11	E – H E – I
F	H I	7 5	6 5	13 10	F – I
G	I J	8 5	5 4	13 9	G – J

Etapa 3

B	E F	4 5	11 10	15 15	B – E
C	E F	6 7	11 10	17 17	C – E
D	F G	8 4	10 9	18 13	D – G

Etapa 4

A	B C D	5 4 6	15 17 13	20 21 19	A – D

Rta. La Ruta Optima Mínima en este Viaje es entre las Ciudades A – D – G – J – K

Tabla No. 47 Ejemplo 4 El viajero

PROBLEMA DEL INVERSIONISTA:

5. Una persona desea invertir $100´000.000, en los Bancos A, B, y C, para mayor rentabilidad se desea saber cuánto debe invertir en cada banco.

	A	B	C
0	0	0	0
20	0.3	0.7	0.5
40	1.4	2.8	2.1
60	3.2	3.5	2.8
80	1.7	2.5	2.1
100	1.6	1.5	1.3

N = C

	0	20	40	60	80	100	
0	0	-	-	-	-	-	0
20	0	0.5	-	-	-	-	0.5
40	0	0.5	2.1	-	-	-	2.1
60	0	0.5	2.1	2.8	-	-	2.8
80	0	0.5	2.1	2.8	2.1	-	2.8
100	0	0.5	2.1	2.8	2.1	1.3	2.8

N = B

	0	20	40	60	80	100	
0	0	-	-	-	-	-	0
20	0.5	0.7	-	-	-	-	0.7
40	2.1	1.2	2.8	-	-	-	2.8
60	2.8	2.8	3.3	3.5	-	-	3.5
80	2.8	3.5	4.9	4.0	2.5	-	4.9
100	2.8	3.5	5.6	5.6	3.0	1.5	5.6

N = A

	0	20	40	60	80	100	
100	5.6	5.2	4.9	6.0	2.4	1.6	6.0

Rta. La forma de invertir será →

Banco A =	$	60'000.000
Banco B =	$	40'000.000
Banco C =	$	0
Total	$	100'000.000

Rta. La forma de invertir será →

Banco A =	$	60'000.000
Banco B =	$	40'000.000
Banco C =	$	0
Total	$	100'000.000

Tabla No. 48 Ejemplo 5 del Inversionista

6. Una persona desea invertir $20´000.000, en los Bancos A, B, C, y D, para mayor rentabilidad se desea saber cuánto debe invertir en cada banco.

	A	B	C	D
0	0	0	0	0
4	0.3	0.5	0.6	0.7
8	1.4	2.1	3.1	2.8
12	3.2	2.8	1.9	3.5
16	1.7	2.1	1.6	2.5
20	1.6	1.3	1.7	1.5

N = D

	0	4	8	12	16	20	
0	0	-	-	-	-	-	0
4	0	0.7	-	-	-	-	0.7
8	0	0.7	2.8	-	-	-	2.8
12	0	0.7	2.8	3.5	-	-	3.5
16	0	0.7	2.8	3.5	2.5	-	3.5
20	0	0.7	2.8	3.5	2.5	1.5	3.5

N = C

	0	4	8	12	16	20	
0	0	-	-	-	-	-	0
4	0.7	0.6	-	-	-	-	0.7
8	2.8	1.3	3.1	-	-	-	3.1
12	3.5	3.4	3.8	1.9	-	-	3.8
16	3.5	4.1	5.9	2.6	1.6	-	5.9
20	3.5	4.1	6.6	4.7	2.3	1.7	6.6

N = B

	0	4	8	12	16	20	
0	0	-	-	-	-	-	0
4	0.7	0.5	-	-	-	-	0.7
8	3.1	1.2	2.1	-	-	-	3.1
12	3.8	3.6	2.8	2.8	-	-	3.8
16	5.9	4.3	5.2	3.5	2.1	-	5.9
20	6.6	6.4	5.9	5.9	2.8	1.3	6.6

N = A

	0	4	8	12	16	20	
20	6.6	6.2	5.2	6.3	2.4	1.6	6.6

Rta. La forma de invertir será →

Banco A = $	0
Banco B = $	0
Banco C = $	8'000.000
Banco D = $	12'000.000
Total	$ 20'000.000

Tabla No.49 Ejemplo 6 El inversionista

7. Una persona desea invertir $30´000.000, en los Bancos A, B, C, D, y E, para mayor rentabilidad se desea saber cuánto debe invertir en cada banco.

	A	B	C	D	E
0	0	0	0	0	0
5	0.3	0.5	0.6	0.7	0.3
10	1.4	2.1	3.1	2.8	2.1
15	3.2	2.8	1.9	3.5	1.9
20	1.7	2.1	1.6	2.5	2.5
25	1.6	1.3	1.7	1.7	0.7
30	2.8	3.2	3.5	2.8	3.1

N = E

	0	5	10	15	20	25	30	
0	0	-	-	-	-	-	-	0
5	0	0.3	-	-	-	-	-	0.3
10	0	0.3	2.1	-	-	-	-	2.1
15	0	0.3	2.1	1.9	-	-	-	2.1
20	0	0.3	2.1	1.9	2.5	-	-	2.5
25	0	0.3	2.1	1.9	2.5	0.7	-	2.5
30	0	0.3	2.1	1.9	2.5	0.7	3.1	3.1

N = D

	0	5	10	15	20	25	30	
0	0	-	-	-	-	-	-	0
5	0.3	0.7	-	-	-	-	-	0.7
10	2.1	1.0	2.8	-	-	-	-	2.8
15	2.1	2.8	3.1	3.5	-	-	-	3.5
20	2.5	2.8	4.9	3.8	2.5	-	-	4.9
25	2.5	3.2	4.9	5.6	2.8	1.7	-	5.6
30	3.1	3.2	5.3	5.6	4.6	2.0	2.8	5.6

N = C

	0	5	10	15	20	25	30	
0	0	-	-	-	-	-	-	0
5	0.7	0.6	-	-	-	-	-	0.7
10	2.8	1.3	3.1	-	-	-	-	3.1
15	3.5	3.4	3.8	1.9	-	-	-	3.8
20	4.9	4.1	5.9	2.6	1.6	-	-	5.9
25	5.6	5.5	6.6	4.7	2.3	1.7	-	6.6
30	5.6	6.2	8.0	5.4	4.4	2.4	3.5	8.0

N = B

	0	5	10	15	20	25	30	
0	0	-	-	-	-	-	-	0
5	0.7	0.5	-	-	-	-	-	0.7
10	3.1	1.2	2.1	-	-	-	-	3.1
15	3.8	3.6	2.8	2.8	-	-	-	3.8
20	5.9	4.3	5.2	3.5	2.1	-	-	5.9
25	6.6	6.4	5.9	5.9	2.8	1.3	-	6.6
30	8.0	7.1	8.0	6.6	5.2	2.0	3.2	8.0

N = A

	0	5	10	15	20	25	30
30	8.0	6.9	7.3	7.0	4.8	2.3	2.8

Rta. La forma de invertir será →

Banco A = $ 0	Banco B = $ 0
Banco C = $ 10´000.000	Banco D = $ 10´000.000
Banco E = $ 10´000.000	Total $ 30´000.000

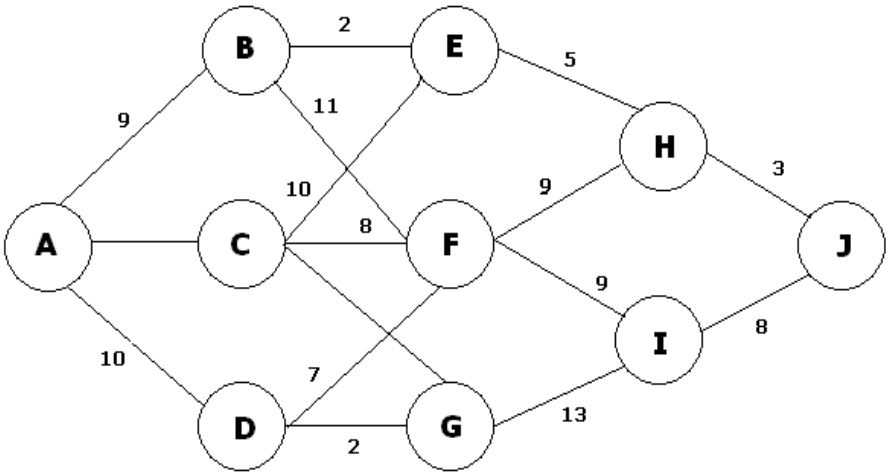
Tabla No. 50 Ejemplo 7 El inversionista

TALLER

Los ejemplos anteriores nos muestran la ruta que se debería seguir, según el gráfico, ahora desarrolla los ejercicios propuestos:

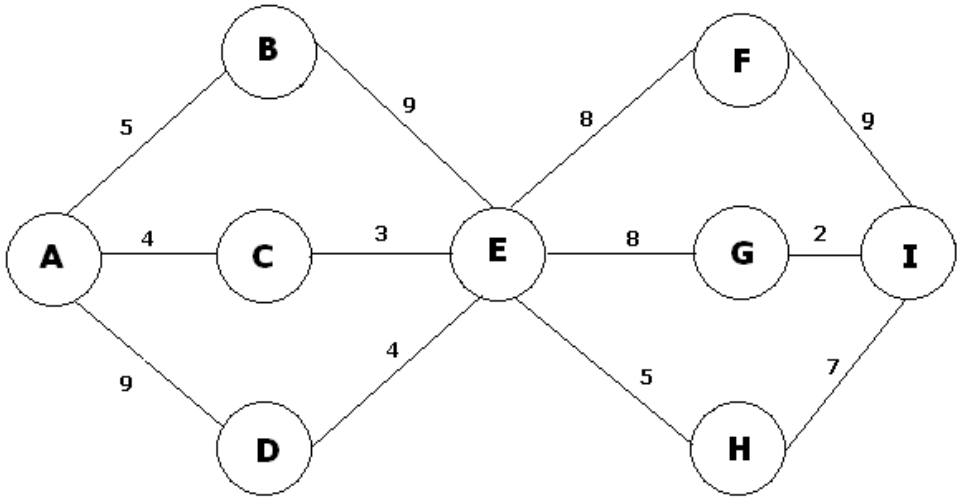
PROBLEMA DEL VIAJERO:

1. Un agente viajero debe desplazarse a varias ciudades, donde cada ciudad la visita una sola vez antes de volver a la ciudad de origen. ¿Cuál es la ruta que debería seguir?



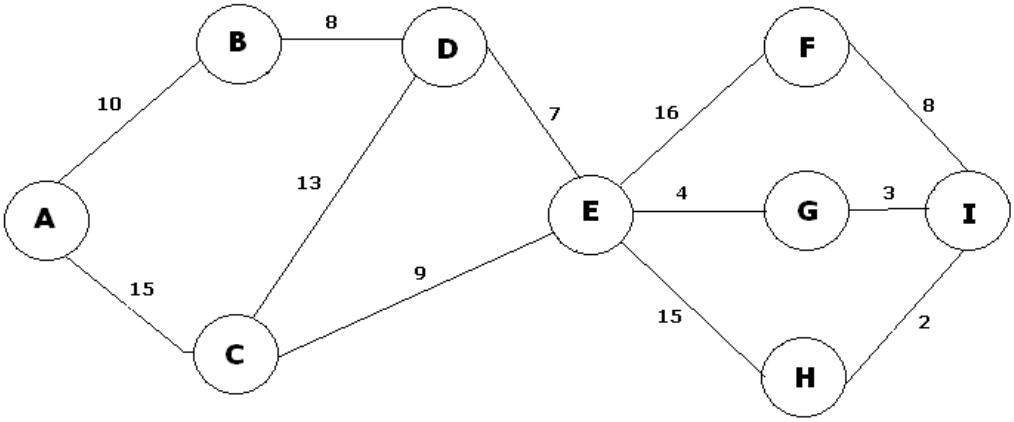
Grafica No. 20 Problema 1 Taller El viajero

2. Un agente viajero debe desplazarse a varias ciudades, donde cada ciudad la visita una sola vez antes de volver a la ciudad de origen. ¿Cuál es la ruta que debería seguir?



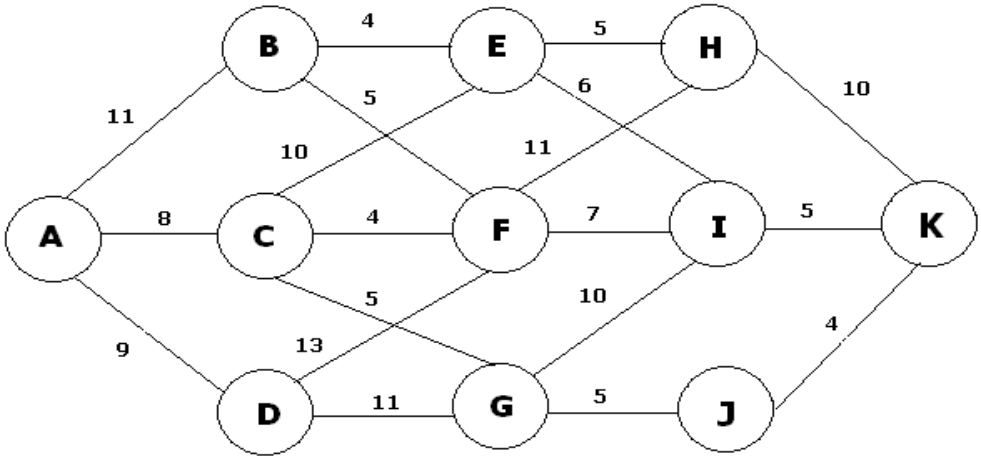
Grafica No. 21 Problema 2 Taller El viajero

3. Un agente viajero debe desplazarse a varias ciudades, donde cada ciudad la visita una sola vez antes de volver a la ciudad de origen. ¿Cuál es la ruta que debería seguir?



Grafica No. 22 Problema 3 Taller El viajero

4. Un agente viajero debe desplazarse a varias ciudades, donde cada ciudad la visita una sola vez antes de volver a la ciudad de origen. ¿Cuál es la ruta que debería seguir?



Grafica No. 23 Problema 4 Taller El viajero

Ahora continúa trabajando y realiza los ejercicios propuestos sobre el problema del Inversionista:

PROBLEMA DEL INVERSIONISTA:

5. Una persona desea invertir $30´000.000, en los Bancos A, B, y C, para mayor rentabilidad se desea saber cuánto debe invertir en cada banco.

	A	B	C	D	E
0	0	0	0	0	0
5	0.3	0.3	0.7	0.6	0.5
10	2.1	1.4	2.8	3.1	2.1
15	2.1	3.2	3.5	1.9	2.8
20	2.5	1.7	4.9	1.6	2.1
25	2.5	1.6	2.5	1.7	1.3
30	3.1	2.8	3.1	3.5	3.2

Tabla No. 51 Problema 5 El inversionista Taller

6 Una persona desea invertir $100´000.000, en los Bancos A, B, C, y D, para mayor rentabilidad se desea saber cuánto debe invertir en cada banco.

	A	B	C
0	0	0	0
20	0.5	0.3	0.7
40	2.1	1.4	2.8
60	2.8	3.2	3.5
80	2.1	1.7	2.5
100	1.3	1.6	1.5

Tabla No. 52 Problema 6 El inversionista Taller

7. Una persona desea invertir $20´000.000, en los Bancos A, B, C, D, y E, para mayor rentabilidad se desea saber cuánto debe invertir en cada banco.

	A	B	C	D
0	0	0	0	0
4	0.7	0.6	0.3	0.5
8	2.8	3.1	1.4	2.1
12	3.5	1.9	3.2	2.8
16	2.5	1.6	1.7	2.1
20	1.5	1.7	1.6	1.3

Tabla No. 53 Problema 7 El inversionista Taller

FUENTES DOCUMENTALES

DOCUMENTOS IMPRESOS:

THA, Hamdy A. Investigación de operaciones. Editorial Alfaomega, 5 edición 1.995.

EPPEN, Gould y Schimidt. Investigación de operaciones en las Ciencias de Ingeniería. Editorial Prentice may, 3 edición

GALLAGHER, Watson. Métodos Cuantitativos para la Toma de decisiones. Editorial McGraw Hill

SHAMBLIN, James. Investigación de Operaciones.

KAUFMANN , A. Faure R. Invitación a la investigación de operaciones. 7 edición. C:E:C:S:A

MARTHUR Y SOLOW. Investigación de Operaciones. Editorial Prentice Hall.

SASIENI, Yaspan. Investigación de operaciones. México. Limusa.

BARROS,Oscar. Investigación operativa análisis de sistemas. Chile, Universitaria.

MORA, Jose Luis. Investigación de operaciones e informática. Editorial Trillas.

PRAWDA, Juan. Métodos y Modelos de investigación de operaciones. Editorial Limusa, 1.979. Tomo I

THIERAUF, Robert. Introducción a la investigación de operaciones. Editorial Limusa 1.982

REVISTAS:

- ters & Industrial Engineering.
- Computers & Operations Research.
- IIE Solutions.
- Industrial Engineering.
- Industrial World en Español.
- International Journal of Operations & Production Management.
- Management Science.
- Manufacturing Engineering.
- Mathematical Programming.
- Mathematics of Operations Research.
- Operations Research.

SOFTWARE EDUCATIVOS:

CPLEX	PIMAD
NETPLOW	SOLVER
OPTIMA	WINQSB
PAFO	LINDO
SOCRATES	TORA
MATLAB	SUN W.
SIAM 2000	NASDAQ.

DIRECCIONES SITIOS WEB:

http://www.investigacion-operaciones.com/modelo_de_transporte.htm

http://guias.blogspot.es/1185208500/

http://www.buenastareas.com/ensayos/Metodo-De-Transporte/26951.html

http://www.scribd.com/doc/21065991/Ejercicios-Resueltos-de-Metodo-de-Asignacion-y-Metodo-de-Transportes

http://www.eumed.net/libros/2006c/216/1d.htm

http://www.zonaeconomica.com/metodo-pert-cpm/areas

http://www.investigacion-operaciones.com/Curso_inv-Oper_carpeta/Clase22.pdf

http://www.eumed.net/libros/2006c/216/1j.htm

http://www.slideshare.net/mejiaff/programacin-dinmica